Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein

Frank Purtak

Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein

Frank Purtak

Technische Universität Dresden
Fakultät Architektur
Lehrstuhl Tragwerksplanung

Tragfähigkeit von schlankem Quadermauerwerk aus Naturstein

Technische Universität Dresden
Fakultät Architektur

Zur Erlangung des Akademischen Grades
Doktor des Wissenschaftszweiges Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)
eingereichte Dissertation

vorgelegt von Dipl.-Ing. Frank Purtak
geboren am 11. September 1966 in Berlin

eingereicht am 20. Dezember 2000
verteidigt am 29. November 2001

Gutachter
Prof. Dr.-Ing. Günter Pöschel
Prof. Dr.-Ing. Wolfram Jäger
Prof. Dr.-Ing. Walter Mann

Dankeswort

Zu Beginn meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Tragwerksplanung der Technischen Universität Dresden äußerte vor annähernd sechs Jahren mein verehrter Lehrer Prof. Dr.-Ing. Günter Pöschel den Gedanken, das Stabilitätsverhalten von historischem Mauerwerk aus Elbsandstein genauer zu untersuchen. Bis dahin bildeten allein theoretische Erkenntnisse zum Tragverhalten von Mauerwerk aus künstlichen Steinen die Berechnungsgrundlagen. Wenige Versuche zu bestimmten Arten des Natursteinmauerwerks bestätigten diese zwar stichpunktartig, genügten aber nicht für eine allgemeine Berechnung der Tragfähigkeit unter verschiedensten Einflüssen aus Geometrie- und Materialparametern.

Die Aufgabe war somit umrissen, das Ziel kristallisierte sich heraus und ein langer Weg tat sich vor den kleinen Schritten auf. Herrn Prof. Pöschel gilt mein besonderer Dank für die ausdauernde Begleitung; er wies in vielen Diskussionen gangbare Pfade, gewährte aber auch die Freiheit zum Betreten von Umwegen und Sackgassen, die meist nicht als solche erkennbar und doch gewinnbringend waren. Herrn Dr.-Ing. Ahmad Sabha sei gedankt für anregende Dispute, vor allem beim Verständnis tieferer Zusammenhänge auf der Beziehungsebene von Stein und Mörtel als Komponenten des Mauerwerks.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfram Jäger verdanke ich die Erkenntnis, daß ein gewählter Weg auch in angemessener Zeit zurückzulegen ist. Durch seine konsequente Forderung nach Rechenschaft wurde die Sicht auf noch zu lösende Probleme geschärft. Für die gewährte Unterstützung, besonders mit Blick auf das Verständnis der europäischen Normung, gilt mein herzlicher Dank.

Herr Prof. Dr.-Ing. habil. Eberhard Berndt und Herr Prof. Dr.-Ing. Helge Bergander halfen mit wichtigen Hinweisen schwere Hindernisse auszuräumen, vor denen Stillstand drohte.

Das Rechenzentrum der Technischen Universität Dresden stellte modernste Technik und umfangreiche Rechenkapazität von zirka 9000 Stunden bereit. Der guten technischen Ausstattung ist es zu verdanken, daß das entwickelte Mauerwerksmodell mit rund 8500 Einzelberechnungen von Mauerwerkskörpern zu den Kurvenscharen der Tragfähigkeit führten.

Im „Otto - Mohr - Laboratorium“, Prüfeinrichtung der TU Dresden, leitete Herr Dipl.-Ing. Thomas Popp die anspuchsvollen Versuche. Mit seinen Spezialisten schuf er die Möglichkeit zur Prüfung von schlanken Versuchskörpern. Diese bestätigten in anschaulicher Weise das Berechnungsmodell.

Die finanzielle Unterstützung aller Versuche durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft geschah im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 315 „Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke“, dessen Sprecher Prof. Dr.-Ing. Fritz Wenzel durch viele Fachveröffentlichungen die Motivation zur Lösung der gewählten Aufgabe nicht abreißen ließ.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Walter Mann sei für die bereitwillige Übernahme eines Gutachtens gedankt. Einige wichtige Hinweise fanden Niederschlag in der Arbeit.

Nach sachlichen Diskussionen mit meinem Vater Dr.-Ing. Udo Purtak, meinen Fachkollegen Herrn Dipl.-Ing. Stefan Steiner und Dipl.-Ing. Wolfgang Döking sollten einige Darlegungen an Ausdruckskraft gewonnen haben. Gedankt sei abschließend den Kollegen am Lehrstuhl für Tragwerksplanung und den Mitarbeitern im Büro Trag Werk Ingenieure für die bereitwillige Unterstützung.

Inhalt

1 Vorbemerkung

Die Ermittlung der Tragfähigkeit von historischem Mauerwerk erlangt seit einigen Jahren wachsende Bedeutung, wobei der praktisch tätige Ingenieur vor der schwierigen Aufgabe steht, die Standsicherheit historischer Konstruktionen richtig einzuschätzen.

Bei Umbau und Sanierung von wertvoller Bausubstanz erfordern neue Nutzungskonzepte die genaue Kenntnis hinsichtlich der Tragfähigkeit von Bauteilen wie beispielsweise Decken und Wände. Gegenwärtig bleibt nach dem Begutachten der Tragfähigkeit vorhandener Wandkonstruktionen aus Natursteinen häufig nur eine aufwendige Sanierung und Ertüchtigung oder gar ein Abriß mit anschließendem Neubau. Eine Ursache liegt im Anwenden bestehender Bauvorschriften, in denen nicht alle speziellen Fälle historischer Konstruktionen aufgenommen sind.

Ziel dieser Arbeit ist, dem Ingenieur ein Hilfsmittel zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Natursteinwänden aus Quadermauerwerk unter ausmittiger Normalkraft und Einfluß der Mauerwerksschlankheit zur Verfügung zu stellen. Dafür wird ein Berechnungsmodell mit Hilfe der Methode der finiten Elemente entwickelt, bei dem die geometrischen Bedingungen des Wandaufbaus als inhomogenes System aus Stein und Mörtel sowie deren Materialeigenschaften berücksichtigt sind. Diagramme zeigen die Tragfähigkeit für häufig vorkommendes Quadermauerwerk aus Elbsandstein auf Grundlage des Berechnungsmodells unter wichtigen Einflüssen wie Mauerwerksschlankheit, Fugendicke und Mörtelfestigkeit. Reale Versagenskriterien des Mauerwerks sind im Berechnungsmodell berücksichtigt.

Die sorgfältige Prüfung der Belastungssituation und die genauere Berechnung sollen es ermöglichen, der historischen Bausubstanz entsprechende konstruktive Aufgaben zuzumuten und dem denkmalpflegerischen Anspruch des Ingenieurs zu genügen. Eine historische Konstruktion, die nach der Sanierung nur als Beiwerk fungiert und jedwede statische Aufgabe entzogen bekommt, kann nicht überzeugen.

2 Einleitung

Die Berechnung von Natursteinmauerwerk nach der geltenden Norm DIN 1053-1 [1] ist für unterschiedliche Mauerwerksarten und Materialien möglich, wobei hinsichtlich der Wanddicke und Schlankheit Grenzen gesetzt sind. Aus theoretischen und experimentellen Untersuchungen ist bekannt, daß beispielsweise schlankes Mauerwerk mit festem Sandstein und sehr dünnen Fugen eine größere Tragfähigkeit besitzt, als mit der Norm DIN 1053-1 nachweisbar ist. Dagegen läßt die Vorschrift größere Traglasten für Natursteinmauerwerk mit dickeren Fugen zu, obwohl bereits geringe exzentrische Lasten zum Versagen führen.

Für den Freistaat Sachsen ist es von Bedeutung, Quader- und Schichtenmauerwerk aus Postaer Sandstein genauer zu untersuchen, da im Raum Sächsische Schweiz viele historisch wertvollen Bauwerke aus Elbsandstein existieren.

Hauptsächlich kommen regelmäßige und unregelmäßige Mauerwerksverbände vor, die sich üblicherweise aus wenigen Steinformaten zusammensetzen [2]. Diese sogenannten „halben Grundstücke“ erfuhren bereits um 1720 eine gewisse Normung mit einer Länge von18 bis 22 Zoll und einer Höhe und Breite von 9 bis 10 Zoll (zirka 40 x 20 x 20 cm). Damit blieb der Stein mit einem Gewicht von etwa 35 kg noch handhabbar. Bild 1 zeigt eine typische Mauerwerksstruktur im Läuferverband. Große Steinformate verlegte man mit Hebevorrichtungen beispielsweise beim Bau der Dresdner Elbbrücken (Bild 2).

Bild 1 Einsteinmauerwerk im Läuferverband

Wesentliche Unterschiede sind hingegen in den Verlegetechniken und damit in der Ausbildung von Stoß- und Lagerfugen erkennbar. Sehr häufig kommt es vor, daß größere Unebenheiten und Neigungen der Steinoberflächen mit Sandsteinscherben, teilweise auch mit gut spaltbaren anderen Natursteinen (Gneis, Schiefer, Pläner) oder auch mit Stücken alter Ziegel-Dachsteine „ausgezwickelt“ sind. Diese Verlegetechnik garantierte neben der schichtgemäßen Ausrichtung durch Ausgleich größerer Fehlstellen den sparsamsten Mörtelverbrauch und eine kontinuierliche Herstellung des Mauerwerks.

Bild 2 Brückenbau mit Hebezeugen – Marienbrücke in Dresden

Der teilflächige direkte Stein-Stein-Kontakt ermöglichte es, die großformatigen und schwergewichtigen Steine in einem Mörtel weicher Konsistenz zu verlegen, den Wasserentzug durch den Stein in Grenzen zu halten und höhere Mörtelfestigkeiten zu erzielen. Die anzutreffenden Mauermörtel in historischen Bauwerken des 15. bis 18. Jahrhunderts sind zunächst Lehmmörtel, später reine Kalkmörtel in meist unverändertem Zustand, das heißt ohne nachträgliche Verfugungen und Ergänzungen. Die Zuschlagstoffe liegen durch größere Anteile mittleren und groben Korns in der Regel über den Korngrößen heutiger Mörtel. Oftmals sind diesen Mörteln auch hydraulische Zusätze (Ziegelmehl, Hochofenschlacken), kleinere Sandsteinabfälle von Steinmetzarbeiten oder auch organische Substanzen beigefügt. Die Fugendicke beträgt zwischen 3 und 30 mm und ist nur in Ausnahmefällen größer.

Die Untersuchungen in dieser Arbeit beruhen auf einem Standardfall von Quadermauerwerk aus Postaer Sandstein, der die Grundlage von Herleitungen und Auswertungen bildet. Als wesentliche Eigenschaft des Quadermauerwerks ist eine sehr gute Verarbeitung mit parallelen Lagerfugen zu nennen, so wie es Goethe im Faust Teil II trefflich beschreibt:

„Und seine Burg! die solltet ihr mit Augen sehn!
Das ist was anderes gegen plumpes Mauerwerk,
Das eure Väter, mir nichts dir nichts, aufgewälzt,
Zyklopisch wie Zyklopen, rohen Stein sogleich
Auf rohe Steine stürzend; dort hingegen, dort
Ist alles senk- und waagerecht und regelhaft.
Von außen schaut sie! himmelan sie strebt empor,
So starr, so wohl in Fugen, spiegelglatt wie Stahl.
Zu klettern hier – ja selbst der Gedanke gleitet ab.“

Die Festung Königstein in Bild 3 präsentiert sich in derart guter Ausführung, daß bei deren Anblick selbst Napoleon gesagt haben soll: „Laßt doch den Sachsen ihre Festung“. Die ausgezeichnete Konstruktion widerspiegelte Uneinnehmbarkeit; selbst der große Feldherr wollte sich nicht mit einer erfolglosen Belagerung blamieren.

Bild 3 Festung Königstein

Mit der beschriebenen Ausführungsqualität ist besonders die Fugenausbildung zwischen parallelen und ebenen Steinflächen gemeint. Nach dem Grad der Bearbeitung (Bild 4) wird Natursteinmauerwerk in Festigkeitsbereiche eingestuft. Den höchsten Bearbeitungsaufwand erfordert Quadermauerwerk, womit auch die größte Festigkeit verbunden ist. Die Grundwerte der zulässigen Druckspannungen nach dem Bearbeitungsaufwand zeigt Tabelle 2.1 [1]. Die angegebenen Werte gelten für zentrische Belastung.

Die Beanspruchbarkeit unter exzentrischer Lasteintragung kann nach üblichem Verfahren für überdrückten Querschnitt oder Querschnitt mit gerissener Zugzone ermittelt werden [3]. Die auf diese Weise berechneten Randspannungen sind mit den angegebenen Werten der Vorschrift zu vergleichen (Bild 5). Da bei diesem Verfahren die Fugendicke und Mörtelfestigkeit unberücksichtigt bleiben, liegen die Ergebnisse bei weichem Mörtel, auch mit den enthaltenen Sicherheitsfaktoren, nicht immer auf der sicheren Seite.

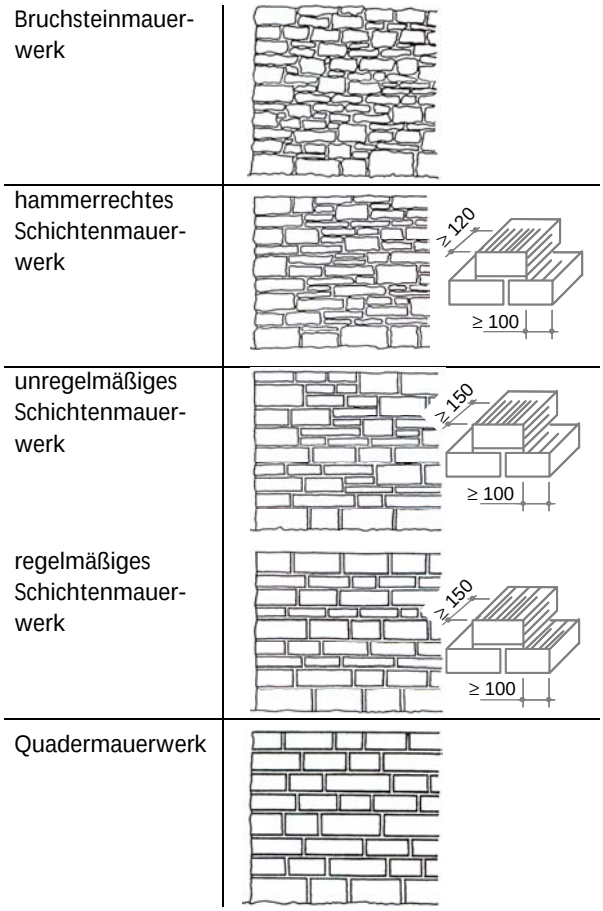


Bild 4 Ausführungsqualität von Natursteinmauerwerk [1]

Im folgenden beinhaltet der Begriff „weicher Mörtel“ einen Mörtel mit geringem Elastizitätsmodul und geringer Festigkeit. Bei gleicher Steinfestigkeit folgt für größere Fugendicken in der Realität eine stark fallende Belastbarkeit. Der einzige Hinweis in der Norm DIN 1053-1 findet sich mit der Festlegung, daß ab Fugendicken von 40 mm die zulässigen Spannungen um 20% zu verringern sind.

Zudem sind die angegebenen Grundwerte erst ab Wanddicken von 24 cm gültig, das heißt, alle einsteindicken Wände mit kleinerer Wandbreite fallen auch bei guter Verarbeitung aus den Anwendungsgrenzen und sind somit nach den Bauvorschriften nicht nachweisbar. Dresdner Bauten aus der Gründerzeit enthalten aber häufig 20 cm dickes Natursteinmauerwerk.

Daraus ergibt sich ein Forschungsbedarf zur Berechnung der Tragfähigkeit unter zentrischer und exzentrischer Lasteinleitung, da einerseits die Tragfähigkeit häufig unterschätzt, andererseits bei exzentrischen Lasten weit überschätzt wird. Weiterhin ist die Abminderung der Tragfähigkeit infolge der Mauerwerksschlankheit unabhängig von den Materialeigenschaften pauschal für jegliche Ausführung in Quader- und Schichtenmauerwerk festgelegt.

Güteklasse	Grundein-stufung	Fugenhöhe/ Steinlänge	Neigung der Lagerfuge	Übertragungs-faktor	charakteristische Steindruck-festigkeit	Grundwerte σ_0 [MN/m²]			
						für Mörtelgruppe			
		t/l	tan α	η	$\beta_{D,St}$	MG I	MG II	MG IIa	MG III
					[N/mm²]	$\beta_{D,Mö}$ < 2,5	2,5...5,0	5...10	10...20
N1	Bruchstein-mauerwerk	≤ 0,25	≤ 0,3	≥ 0,5	> 20	0,2	0,5	0,8	1,2
					≥ 50	0,3	0,6	0,9	1,4
N2	Hammerrechtes Schichten-mauerwerk	≤ 0,2	≤ 0,15	≥ 0,65	≥ 20	0,4	0,9	1,4	1,8
					≥ 50	0,6	1,1	1,6	2,0
N3	Schichten-mauerwerk	≤ 0,13	≤ 0,1	≥ 0,75	≥ 20	0,5	1,5	2,0	2,5
					≥ 50	0,7	2,0	2,5	3,5
					≥ 100	1,0	2,5	3,0	4,0
N4	Quader-mauerwerk	≤ 0,07	≤ 0,05	≥ 0,85	≥ 5	0,4	0,7	0,8	1,0
					≥ 10	0,6	1,0	1,2	1,5
					≥ 20	1,2	2,0	2,5	3,0
					≥ 50	2,0	3,5	4,0	5,0
					≥ 100	3,0	4,5	5,5	7,0

Tabelle 2.1 Grundwerte der zulässigen Druckspannung für Natursteinmauerwerk mit Normalmörtel nach DIN 1053-1 [1]

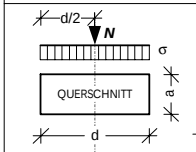
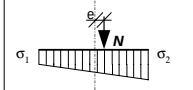
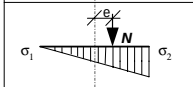
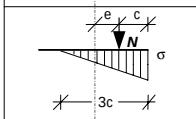
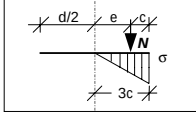
Belastungs- und Spannungsschema	Lage der resultierenden Kraft	Randspannungen
	$e = 0$ (N in der Mitte)	$\sigma = \frac{N}{a \cdot d}$
	$e < d/6$ (N innerhalb des Kerns)	$\sigma_1 = \frac{N}{a \cdot d} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e}{d}\right)$ $\sigma_2 = \frac{N}{a \cdot d} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e}{d}\right)$
	$e = d/6$ (N auf dem Kernrand)	$\sigma_1 = 0$ $\sigma_2 = \frac{2 \cdot N}{a \cdot d}$
	$d/6 < e < d/2$ (N außerhalb des Kerns)	$\sigma = \frac{2 \cdot N}{3 \cdot c \cdot a}$ $c = d/2 - e$
	$e = d/3$	$\sigma = \frac{4 \cdot N}{a \cdot d}$

Bild 5 Berechnen der Randspannung unter exzentrischen Lasten [3]

Ausgangspunkt der Untersuchungen in dieser Arbeit bildet der Nachweis zur Tragfähigkeit des Mauerwerks ohne Schlankheitseinfluß, im weiteren als Querschnittstragfähigkeit bezeichnet. Versuchsergebnisse sowie bestehende rechnerische Modelle werden vorgestellt. Empirisch aufgebaute Formeln zur Berechnung der Querschnittstragfähigkeit sind aufgeführt und Formeln, die den Bruchmechanismus beschreiben, in einer kurzen Übersicht genauer dargestellt.

Das Natursteinmauerwerk, folgend Mauerwerk genannt, versagt nach verschiedenen Kriterien. Der Darstellung dieser Versagenskriterien schließt sich eine Parameterstudie zu den geometrischen und physikalischen Einflüssen auf die Tragfähigkeit an. Verschiedene Einflüsse aus Mörtelfestigkeit, Lagerfugendicke, Steingeometrie und Steinfestigkeit auf die Tragfähigkeit sind mit dem entwickelten Finiten Elemente Modell in Form von Diagrammen für alle Lastausmittigkeiten dargestellt.

Schwerpunkt der Betrachtungen bildet der Nachweis wesentlicher Einflüsse auf die Abminderung der Tragfähigkeit infolge Mauerwerksschlankheit im Vergleich zur Querschnittstragfähigkeit. Genauere Untersuchungen zeigen Einflüsse aus den geometrischen Bedingungen wie beispielsweise aus Fugendicke und Vorverformung der Wandebene, sowie aus Materialeigenschaften wie etwa der Mörtelfestigkeit.

Folgende vorbildliche Empfehlung von Leonardo da Vinci zur Herangehensweise an eine wissenschaftliche Untersuchung ist in vorliegender Arbeit berücksichtigt:
„Aber erst werde ich einige Versuche machen, ehe ich weiter vorgehe, weil meine Absicht ist, zuerst das Experiment vorzubringen und dann mit der Ursache zu zeigen, weshalb selbiges Experiment gezwungen ist, in solcher Weise zu wirken. Und dieses ist die wahre Regel, wie die Erforscher der Wirkungen der Natur vorgehen müssen, und wenngleich die Natur mit der Ursache beginnt und mit dem Experiment endet, wir müssen den

entgegengesetzten Weg verfolgen, das heißt beginnen, wie ich oben sagte, mit dem Experiment und mit diesem die Ursache untersuchen."

Die Mauerwerkstragfähigkeit unter Schlankheitseinfluß ist in Kenntnis bekannter Versagensmechanismen am Mauerwerksquerschnitt bestimmbar, wonach wenige Experimente zur Bestätigung des Berechnungsmodells ausreichen.

Wegen der komplexen inneren Gestalt von Mauerwerk kann nur eine Herangehensweise wie in der Alten Medizin nach Hippokrates [4] genauere Auskunft über die inneren Zusammenhänge geben*: „ ..., man müsse erforschen, wie jeder einzelne Faktor auf den Menschen einwirke. Andernfalls könne man diese Wirkungen weder erkennen noch mit Erfolg lenken. Gegenstand sind die erforschbaren Beziehungen zwischen seinen Organen, zwischen Ihm und den Umweltfaktoren."* Übertragen auf das Mauerwerk kann nur eine konsequente Untersuchung der Einflußfaktoren genauere Kenntnis darüber geben, wie stark sich jeder Faktor, seien es Lagerfugendicke oder Mörtelfestigkeit, auf die Tragfähigkeit auswirken.

Die durchgeführten Untersuchungen mit finiten Elementen gehen von Quadermauerwerk bestehend aus Postaer Sandstein mit einer Steindruckfestigkeit von 40 N/mm² und einer Steinzugfestigkeit von 4 N/mm² aus. Die Darstellung historischen Mörtels variiert für parallele Lagerfugen mit Dicken zwischen 15 und 40 mm und einer Druckfestigkeit des Mörtels von 0,14 bis 8,57 N/mm².

3 Querschnittstragfähigkeit

3.1 Versuche mit Postaer Sandstein

3.1.1 Versuchsergebnisse

Experimentelle Untersuchungen zur Querschnittstragfähigkeit des Natursteinmauerwerks aus Postaer Sandstein wurden an der TU Dresden, Lehrstuhl für Tragwerksplanung, durchgeführt. Ziel der Versuche [5] war es, Berechnungsformeln auf dem Stand derzeitiger Berechnungsmethodik zu erhalten, um die Bruchvorgänge wissenschaftlich zu begründen und die wesentlichen Parameter: Steinfestigkeit und -geometrie sowie Fugendicke und Mörtelfestigkeit zu berücksichtigen. Analytische Lösungen in Auswertung der Versuche finden sich bei BERNDT/SCHÖNE [6] und PÖSCHEL/SABHA [7] zur Berechnung der Tragfähigkeit unter zentrischer Belastung. Weitere Versuche am Quadermauerwerk [8] sollten den Einfluß der Lastausmittigkeit bestimmen.

Die Bruchlasten des Mauerwerks mit der Dicke d = 20 cm für Mörtelgruppe MG I zeigen Bild 6 und für MG IIa Bild 7 in Abhängigkeit von Lastausmitte und Fugendicke. Die Querschnittstragfähigkeit für Quadermauerwerk wird bei einer Schlankheit von $\lambda = h/d = 3$ (Verhältnis der Wandhöhe zur Wanddicke) ermittelt. Das Mauerwerk mit parallelen Fugen besitzt unter zentrischer Lasteinleitung trotz weichen Mörtels eine gegenüber der einachsigen Mörteldruckfestigkeit vielfach größere Tragfähigkeit. Dagegen „kippt“ ein Versuchskörper bereits infolge geringer Vorlast aus der Prüfmaschine, wenn bei einer Fugendicke von t = 40 mm die exzentrische Last in der zweiten Kernweite (e = d/3) eingeleitet wird. Gestrichelte Linien, die durch Extrapolation entstanden sind, weisen darauf hin, daß diese Lastausmittigkeiten bei dickeren Fugen experimentell nicht mehr prüfbar sind. Das bedeutet, daß die Annahme einer linearen Traglastreduzierung bis auf null für eine theoretische Lasteinleitung am Querschnittsrand, wie nach EC 6 [9] für Mauerwerk aus künstlichen Steinen vorgeschlagen, bei dickeren Fugen und weichem Mörtel ihre Gültigkeit verliert.

Versagensarten

Für Versagen des Mauerwerks gelten hinsichtlich der Querschnittstragfähigkeit zwei Kriterien: Steinversagen und Gelenkbildung in der Lagerfuge.

Steinversagen

Die Traglast des Mauerwerks wird dann erreicht, wenn eine Spannungskombination im Stein bestehend aus Hauptdruck- und Hauptzugspannungen die Bruchfestigkeit des Steins im dreiachsigen Spannungsraum erreicht.

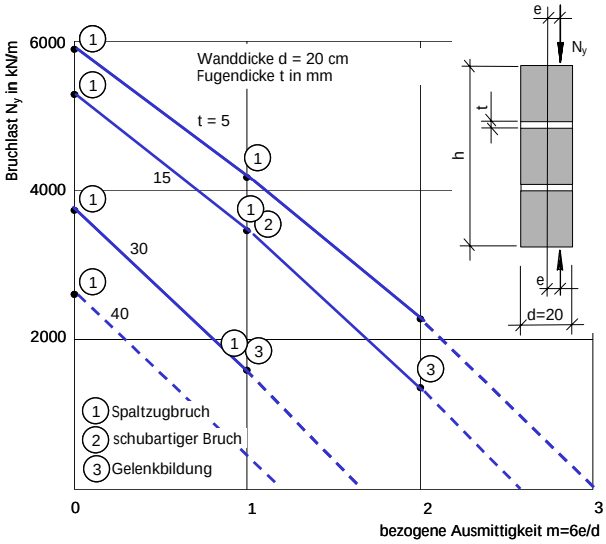


Bild 6 *Querschnittstragfähigkeit von Quadermauerwerk mit MG I*

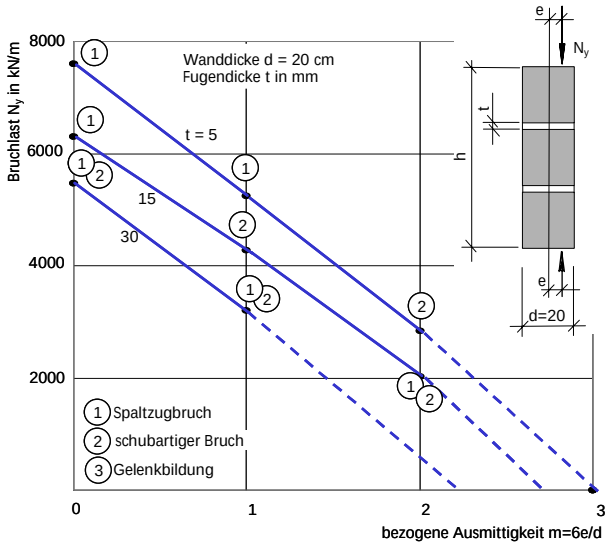
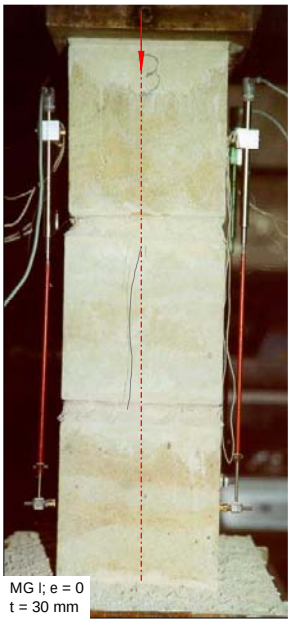


Bild 7 *Querschnittstragfähigkeit von Quadermauerwerk mit MG IIa*

Bei zentrischer Belastung und dickeren Fugen führt Spaltzugbruch nach Bild 8 zum Querschnittsversagen. Ist die Mörteldruckfestigkeit vergleichsweise hoch, platzt zunächst der Steinrand ab, wonach ein Spaltzugbruch zum endgültigen Versagen nach Bild 9 führt.



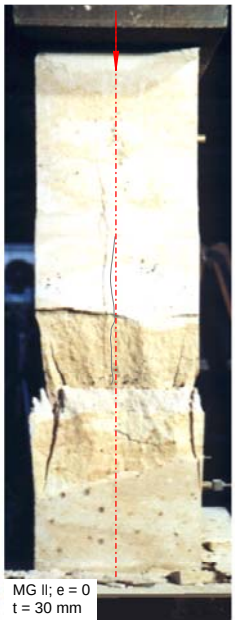


Bild 8 Spaltzugbruch ▲

Bild 9 Spaltzugbruch mit vorherigem schubartigen Bruch ▲

Bild 11 schubartiger Bruch ▲

Bild 12 Biegezugbruch mit folgendem schubartigen Bruch ▲

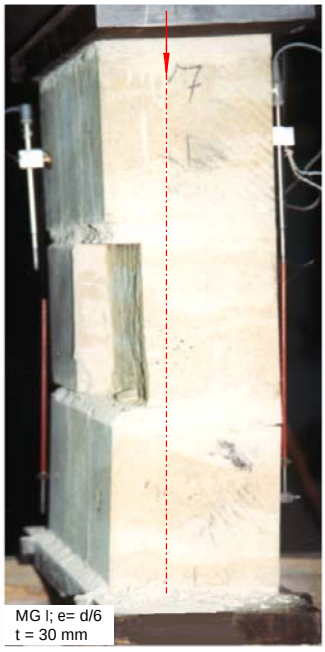


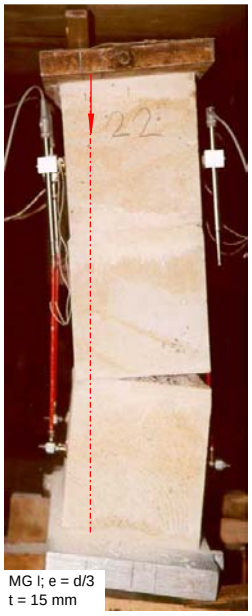
Bild 10 Spaltzugbruch

Unter größerer Lastausmitte und dünnen Fugen erreicht der Stein die Bruchfestigkeit durch schubartigen Bruch an der lastzugewandten Seite (Bild 11). Bei größerer Fugendicke und weichem Mörtel ist auch unter ausmittiger Belastung ein Spaltzugbruch (Bild 10) möglich. Für festeren Mörtel und Fugendicken von 15 mm kann ein Biegezugbruch auf der lastabgewandten Seite zum Versagen führen, wobei sich ein schubartiger Bruch anschließt (Bild 12).

Gelenkbildung

Mauerwerk mit weichem Mörtel und Fugendicken von 15 mm erreicht die Traglast unter größerer Lastausmittigkeit in der Regel ohne Steinversagen. Bei zunehmender Belastung führt eine Gelenkbildung in der Lagerfuge zu einem kinematischen System der Wand und somit zur Versagenslast. Bild 13 und Bild 14 zeigen die Gelenkbildung für Mörtel der Mörtelgruppe MG I bei einer Fugendicke von 15 und 30 mm für Lastausmitten in zweiter (e = d/3) und erster (e = d/6) Kernweite.

Zusammenfassend sind die zentrischen Druckversuche von Quadermauerwerk [8] in Bild 15 und Bild 16 für zunehmende Fugendicke vergleichbar der Auswertung in [5] dargestellt. Die Mauerwerksdruckfestigkeit entspricht bei einer theoretischen Fugendicke gleich Null der mittleren Steindruckfestigkeit der vermauerten Steine von $\beta_{D,St}$ = 43 N/mm². Die Kurven streben mit zunehmender Fugendicke der einachsigen Mörteldruckfestigkeit entgegen. Für Quadermauerwerk in MG I ist bei einer Lagerfugendicke von 60 mm zwischen parallelen ebenen Steinflächen noch eine Traglast von 20% der Steindruckfestigkeit zu erwarten.



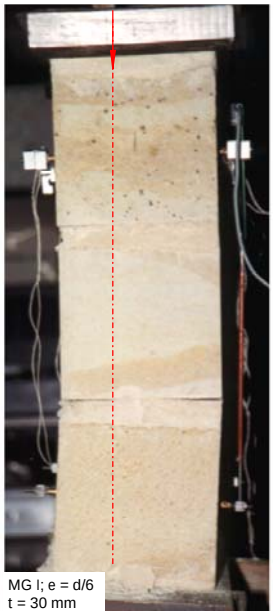


Bild 13 Gelenkbildung ▲

Bild 14 Gelenkbildung t = 30 mm ▲

3.1.2 Interaktionsbeziehung

Die Querschnittstragfähigkeit genannter Versuche nimmt nach Bild 6 und Bild 7 bei Zunahme der Lastausmittigkeit annähernd linear ab. Unter Berücksichtigung der extrapolierten gestrichelten Linien führt diese Annahme auf parabelförmige Momenten – Normalkraft – Interaktionsbeziehungen für MG I nach Bild 17 und MG IIa nach Bild 18. Diese lassen sich wie folgt angeben:

Mit N_0 als Bruchlast unter zentrischer Belastung und m_0 als maximal mögliche bezogene Ausmittigkeit bei N = 0 ergibt sich aus

$$M = N \cdot e \quad \text{mit} \quad e = m \cdot \frac{d}{6} \quad \text{und} \quad N = N_0 \cdot \left[1 - \frac{m}{m_0}\right]$$

die Parabelgleichung:

(3.1)

$$M = N_0 \cdot m_0 \cdot \frac{d}{6} \cdot (s - s^2) \qquad s = (1 - \frac{N}{N_0})$$

MG I			***MG IIa***		
t [mm]	N_0 [kN/m]	m_0	t [mm]	N_0 [kN/m]	m_0
5	5900	3,0	5	7600	3,0
15	5280	2,5	15	6300	2,7
30	3730	1,7	30	5480	2,2
40	2600	1,2			

Tabelle 3.1 Bruchlasten N_0 und maximale Ausmittigkeit m_0 aus Versuchen

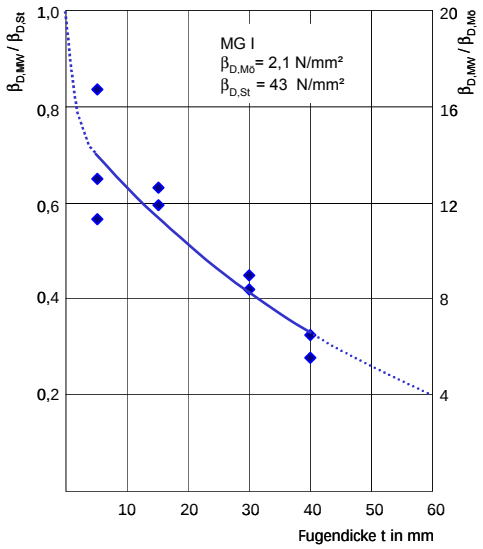


Bild 15 Mauerwerksdruckfestigkeit abhängig von der Fugendicke für MG I

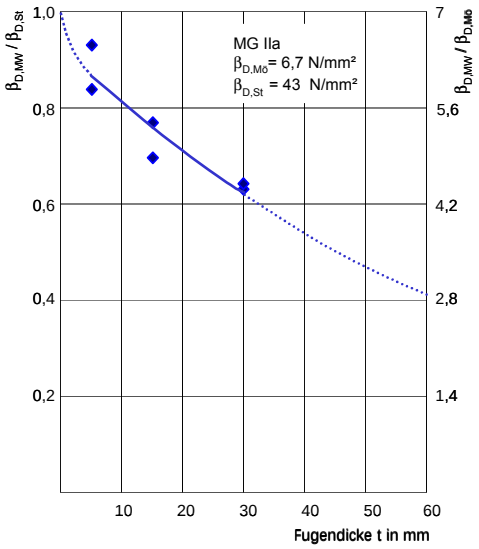


Bild 16 Mauerwerksdruckfestigkeit abhängig von der Fugendicke für MG IIa

Die Traglast des Mauerwerkquerschnitts läßt sich aus den beiden Interaktionsdiagrammen ablesen. Mögliche Schnittkraftzustände bei einachsiger Biegung mit Normalkraft befinden sind unterhalb der Kurven für verschiedene Lagerfugendicken. Trifft die Schnittkraftkombination auf die entsprechende Kurve, findet der Bruch mit einer der beschriebenen Versagensarten statt. Zustände außerhalb der Kurven sind physikalisch nicht möglich. Deutlich ist mit zunehmender Fugendicke die Abnahme der Momententragfähigkeit erkennbar. Diese Erkenntnis ist in qualitativer Hinsicht eine wichtige Ergänzung zu Aussagen in bisher bestehenden Normen.

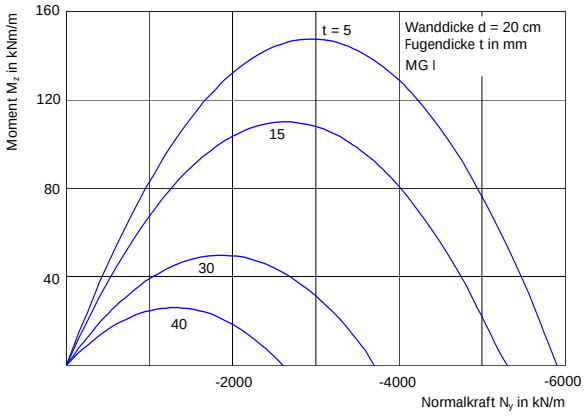


Bild 17 Interaktionsbeziehung der Versuchsergebnisse für MG I

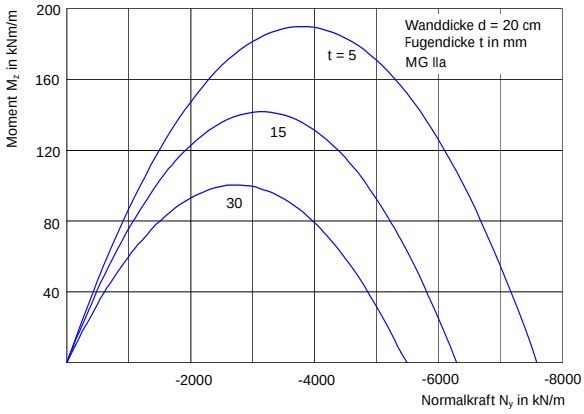


Bild 18 Interaktionsbeziehung der Versuchsergebnisse für MG IIa

Für die Herleitung einer dimensionslosen Interaktionsbeziehung von Material ohne Zugfestigkeit hat KALINSKY [10] die vollplastischen Schnittgrößen zugrunde gelegt. Diese Schnittgrößen leiten sich aus einer angenommenen idealplastischen Spannungsverteilung über den Querschnitt nach Bild 19 ab. Die rechnerische Randbruchspannung entspricht der Mauerwerksbruchspannung ($\beta_{D,MW}$) bei zentrischer Belastung.

Mit den plastischen Schnittgrößen für die Normalkraft

$N_p = a \cdot d \cdot \beta_{D,MW}$ und dem Moment $M_p = a \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \beta_{D,MW}$

sowie den Gleichungen:

$N = 2 \cdot c \cdot a \cdot \beta_{D,MW}$ und $M = 2 \cdot c \cdot a \cdot \beta_{D,MW} \cdot \left(\frac{d}{2} - c\right)$,

die dem vollplastischen Zustand entsprechen, erhält man nach Elimination von c die Beziehung:

$M = \frac{N \cdot N_P - N^2}{2 \cdot a \cdot \beta_{D,MW}}$ und nach weiterer Umformung die Bruchbedingung:

(3.2)

$$0 = k \cdot \left[\frac{N}{N_p}\right]^2 - k \cdot \frac{N}{N_p} + \frac{M}{M_p}$$

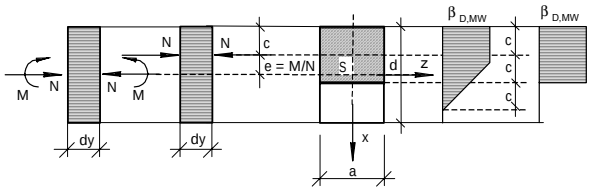


Bild 19 idealplastische Spannungsverteilung [10]

Diese Gleichung gilt für homogenes Material, bei dem jede Faser gleichermaßen am Lastabtrag beteiligt ist, aber auch für Mauerwerk mit dünnen Fugen von bis zu 5 mm Dicke, wofür das Fasermodell noch Gültigkeit besitzen soll.

Für die gemeinsame Darstellung einer dimensionslosen Interaktionsbeziehung werden die linearisierten Kurven aller Fugendicken aus Bild 6 und Bild 7 mit dem Faktor k aufbereitet. Dieser ist abhängig von m_0 und wird für m_0 = 3 genau 2,0. Bei dickeren Fugen sinkt der Faktor $k = 2/3 \cdot m_0$ nach Tabelle 3.2 entsprechend den Versuchsergebnissen ab.

	t in [mm]	$k = 2/3\ m_0$
MG I	5	2,00
	15	1,73
	30	1,13
	40	0,80
MG IIa	5	2,00
	15	1,80
	30	1,47

Tabelle 3.2 k-Werte für Interaktionsbeziehung

Mit Bild 20 und Bild 21 ist die Bestimmung der Bruchlast beispielsweise gemauerter Bögen mit dickeren Fugen problemlos möglich, wenn der Querkrafteinfluß vernachlässigbar ist. Das Wirken einer Druckkraft steigert bis zu einer gewissen Grenze die Momententragfähigkeit, welche bei N = ½ N_p am größten ist.

Weitere Interaktionsdiagramme in der Literatur, beispielsweise in [11], berücksichtigen verschiedene Annahmen von der dreieck- bis rechteckförmigen Spannungsverteilung über den Mauerwerksquerschnitt, die der Völligkeitsgrad α_0 = 0,5...1,0 beschreibt:

Völligkeitsgrad: $\alpha_0 = 1/(\varepsilon_{u,D} \cdot \beta_{D,MW}) \cdot \int_0^{\varepsilon_{u,D}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$

dreieckförmige
Spannungsverteilung: $\alpha_0 = 0{,}5$

rechteckförmige
Spannungsverteilung: $\alpha_0 = 1{,}0$ (starr-plastisch)

Ausgangspunkt bildet dabei ein homogenes nicht zugfestes Material, welches unabhängig von Fugendicke und Mörtelfestigkeit in der Lage ist, entsprechende Lasten bei größerer Ausmittigkeit zu übertragen. Diese Annahme entspricht für die dargestellten Versuchsergebnisse nicht der Realität.

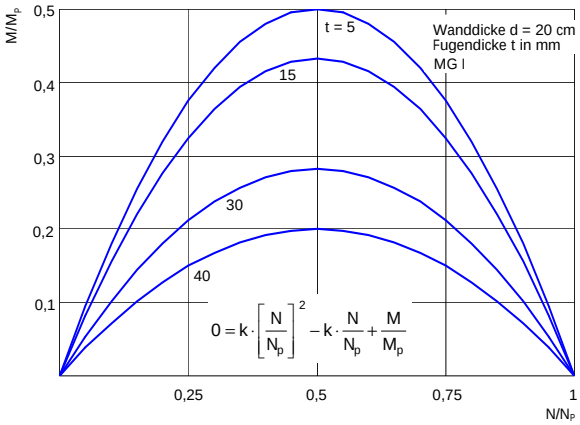


Bild 20 Interaktionsbeziehung mit bezogenen Schnittgrößen für MG I

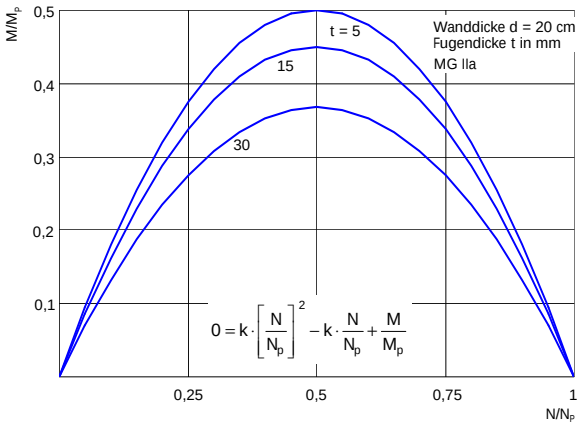


Bild 21 Interaktionsbeziehung mit bezogenen Schnittgrößen für MG IIa

3.1.3 Verformungsmessungen zum Quadermauerwerk

Von großer Bedeutung sind Messungen der vertikalen Verformung von Versuchskörpern unter zunehmender Belastung mit den daraus erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Linien und vergleichende Betrachtungen am entwickelten Finiten Elemente Modell. Gutes Übereinstimmen der Arbeitslinien von Experiment und Modell bildet die Voraussetzung beim Berechnen von Wänden unter Schlankheitseinfluß, da die Verformungen nach Theorie II. Ordnung die Versagenslasten schlanker Wände stark beeinflussen.

In Bild 23 und Bild 24 sind Arbeitslinien unter zentrischer Belastung von Mauerwerk in Mörtelgruppen MG I und MG IIa ausgewählter Versuche [8] dargestellt. Für dünne Fugen verlaufen die Kurven nahezu linear, für dickere stärker gekrümmt. Das hängt damit zusammen, daß sich Fugenrandbereiche der Last entziehen oder sogar ausbrechen und in der Folge sich die Wand bei Laststeigerung weicher verhält. In dieser Arbeit wird bei offensichtlich vorhandenen Stauchungen auf das negative Vorzeichen verzichtet.

Rechnerisch ist der Elastizitätsmodul von Mauerwerk für eine linearisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit folgender Formel von BERNDT [12] bestimmbar.

(3.3)

$$E_{MW} = \frac{\left(1+\frac{t}{h_{St}}\right)\cdot E_{St}}{1+2\cdot\mu_{St}\cdot\frac{\mu_{Mö}}{1-\mu_{Mö}}\cdot\frac{t}{h_{St}}+\frac{E_{St}}{E_{Mö}}\cdot\frac{t}{h_{St}}\cdot\left(1-2\cdot\mu_{Mö}\cdot\frac{\mu_{Mö}}{1-\mu_{Mö}}\right)}$$

oder grob genähert $$E_{MW} \approx \frac{E_{St}}{1+\frac{E_{St}}{E_{Mö}}\cdot\frac{t}{h_{St}}}$$

Für dünne Fugen strebt der Elastizitätsmodul von Mauerwerk gegen den vom Stein, bei sehr dicken Fugen gegen den vom Mörtel. Der Vergleich in Bild 22 zeigt gute Übereinstimmung mit Versuchen, wenn für weichen Mörtel ein Elastizitätsmodul im dreiachsigen Spannungszustand $E_{Mö}$ = 500...750 N/mm² und Querdehnzahlen $\mu_{St} = \mu_{Mö}$ = 0,2 angesetzt werden.

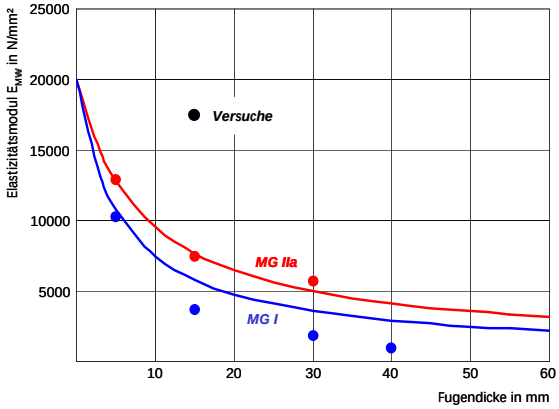


Bild 22 Vergleich der Versuchsergebnisse [8] mit der Berechnung [12]

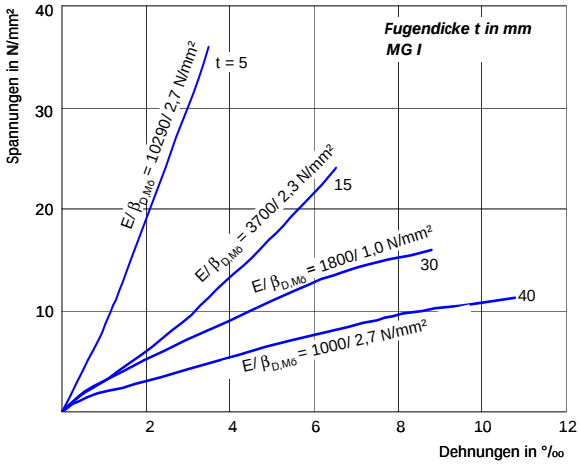


Bild 23 Spannungs-Dehnungslinien MG I

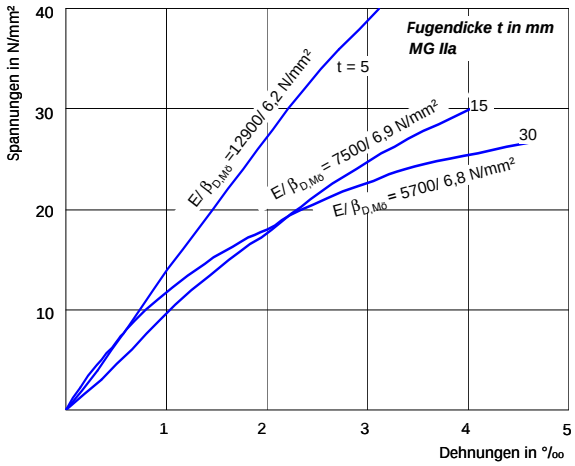


Bild 24 Spannungs-Dehnungslinien MG IIa

3.1.4 Dehnungen im Stein

Erste Untersuchungen zur Dehnungsverteilung im Stein führte HILSDORF [13] am Ziegelmauerwerk durch. Aus den Meßwerten der Horizontal- und Vertikaldehnungen ließen sich die wirkenden Spannungen berechnen, worauf erste bruchmechanische Untersuchungen folgten. Mit den Gleichungen der Elastizitätstheorie

$$\sigma_x = E \frac{\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y}{1 - \mu^2}$$

und

$$\sigma_y = E \frac{\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x}{1 - \mu^2}$$

erhält man aus den Dehnungen die Spannungsverteilung auf der Steinoberfläche für den zweiachsigen Spannungszustand.

Zum besseren Verständnis der Dehnungsverteilung in quaderförmigen Steinen des Natursteinmauerwerks mit den typisch dickeren Fugen sollten Versuche [14] an der TU Dresden, Lehrstuhl Tragwerksplanung, beitragen. Um die Kosten der Versuche in wirtschaftlichen Grenzen zu halten, waren möglichst viele Ergebnisse mit einem Probekörper zu gewinnen, weswegen alle Messungen am Vier-Stein-Körper mit einer Gummieinlage von 10 mm Dicke als Lagerfuge stattfanden (Bild 25). Die Simulation des geringen Tragvermögens im Fugenrandbereich bei weichem Mörtel geschah mit vom Rand eingerücktem Gummibett. Die Prüfmaschine trug zentrische und exzentrische Lasten in erster und zweiter Kernweite in den gelenkig gelagerten Probekörper ein.

Für die Last in zweiter Kernweite sind mit eingerücktem Gummibett von 2,5 cm Randabstand keine Messungen möglich, da der Versuchskörper schon unter Vorlast instabil ist. Die Kippkante in der Fuge liegt nur 8 mm von der Lastresultierenden entfernt. Die Meßergebnisse zeigt Bild 26. Wesentlich ist die Erkenntnis für quaderförmige Steine, daß unter zentrischer Last horizontale Dehnungen in Steinmitte am größten sind. Diese steigen weiter bei fehlender Lastübertragung im Fugenrandbereich, wodurch sich die Teilflächenpressung verstärkt.

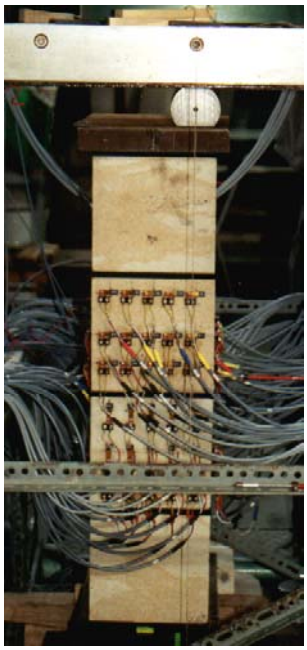


Bild 25 Vier-Stein-Körper mit vertikalen und horizontalen Dehnmeßstreifen

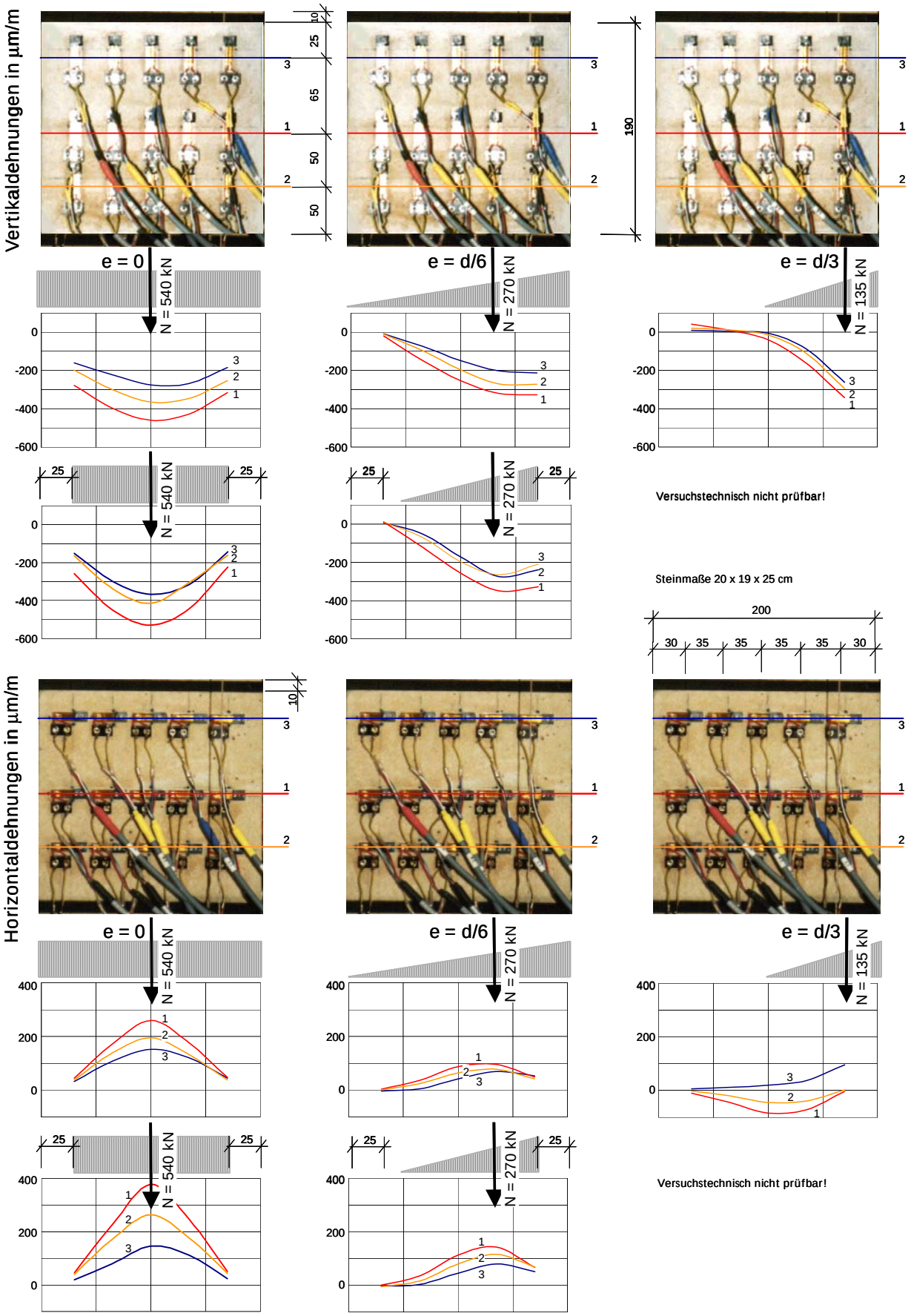


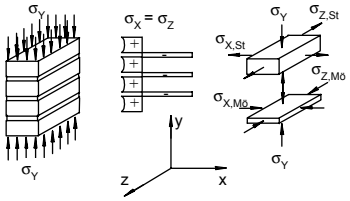
Bild 26 Dehnungsverteilung gemessen am Stein

3.2 Analytische Berechnung

3.2.1 Bruchmodelle

Zur Berechnung des Druckversagens von Mauerwerk unter zentrischer Belastung wurden in der Vergangenheit eine Vielzahl Bruchmodelle auf Eignung untersucht und entsprechende Berechnungsformeln abgeleitet. In unterschiedlicher Weise gehen elastische und plastische Eigenschaften von Stein und Mörtel in die Überlegungen ein. Aus Experimenten abgeleitete Versagensmechanismen, wie Stein- und Mörtelversagen oder die Kombination beider, bilden die Grundlage zur Berechnung der Bruchlast. Die Druckbruchspannung im Mauerwerk mit parallelen Fugen liegt in der Regel oberhalb der einachsigen Mörteldruckfestigkeit und unterhalb der einachsigen Steindruckfestigkeit. In chronologischer Folge sind wesentliche Bruchmodelle mit entsprechenden Annahmen stichpunktartig zusammengefaßt. Genauere Angaben, speziell zum Aufbau von Formeln, sind in der nachfolgend angegebenen Literatur zu finden. Bruchmodelle, die das Verhalten unter exzentrischer Belastung beschreiben, sind bisher nur in Ansätzen verfügbar [15, 16].

HILSDORF 1965/69 [13, 17]



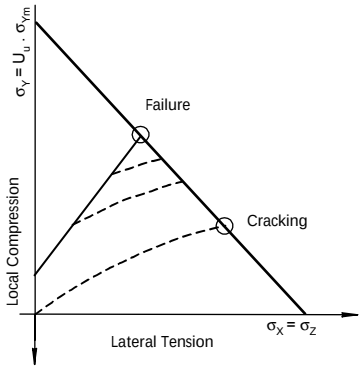
Annahmen/ Bruchbestimmung

- unterschiedliches Materialverhalten von Stein (Ziegel) und Mörtel
- Im allgemeinen ist der Stein fester und steifer als der Mörtel. Dies führt bei äußerer Druckbelastung zu einem Zustand innerer Zwängungsspannungen mit Querzug im Stein und Querdruck im Mörtel.
- Vereinfachung: konstante Querdehnung in jedem Punkt in Stein und Mörtel
- gleichmäßige Vertikalspannungsverteilung auf den Stein
- Kontaktfläche zwischen Stein und Mörtel mit unverschieblichem Verbund und gleichen Querdehnungen in Stein und Mörtel
- konstante Querdehnung über die Höhe von Stein und Mörtel, folgend konstante Horizontalspannungen
- resultierende Horizontalkraft in Stein muß mit Horizontalkraft im Mörtel im Gleichgewicht stehen
- Bestimmung der Querspannungen in Stein und Mörtel
- vertikale Laststeigerung führt zu steigenden Querzugspannungen im Stein
- 1. Rißbildung in Richtung der äußeren Last, wenn der Spannungspfad die Bruchkurve für den Stein berührt
- Abnahme der Querzugspannungen am Riß und Umlagerung auf Nachbarbereiche
- erneutes Gleichgewicht bis weitere Laststeigerung zu 2. Riß führt, Vorgang der Rißbildung setzt sich fort
- Bruch des Mauerwerks dann, wenn die Querzugfestigkeit des Steins kleiner ist als die notwendige Spannung, um den Mörtel in Querrichtung zusammenzuhalten.

$$\sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} = \frac{\mu_{St} - \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot \mu_{Mö}}{\frac{h_{St}}{t} \cdot \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot (1-\mu_{Mö}) + (1-\mu_{St})} \cdot \sigma_{y,St} \qquad \sigma_{x,Mö} = \sigma_{x,St} \cdot \frac{h_{St}}{t}$$

$$\frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot \mu_{Mö} >> \mu_{St} \qquad \sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} \approx -\frac{t}{h_{St}} \frac{\mu_{Mö}}{(1-\mu_{Mö})} \cdot \sigma_{y,St}$$

- Bruchbedingung: $$\beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St} \cdot (\beta_{Z,St} + \frac{t}{m \cdot h_{St}} \beta_{D,Mö})}{U_U \cdot (\beta_{Z,St} + \frac{t}{m \cdot h_{St}} \beta_{D,St})}$$



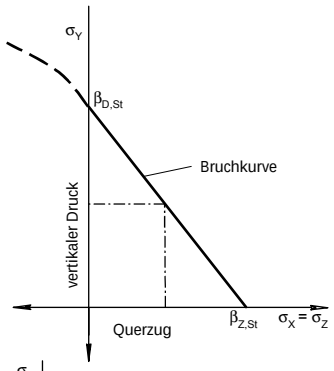
U_U = 1,5...2 für weichen Mörtel
m = 4,1

FRANCIS/ HORMAN/ JERREMS 1970 [18]

Annahmen/ Bruchbestimmung

- wie bei HILSDORF
- elastische Spannungen kombiniert mit Bruchkurve für den Stein (Ziegel)
- lineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten für Stein und Mörtel bis zum Bruch

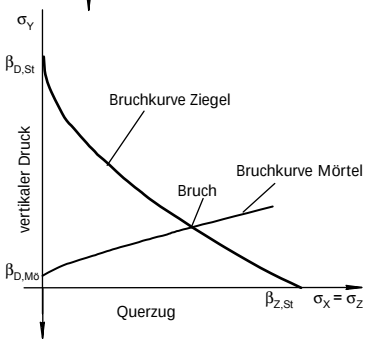
$$\beta_{D,MW} = \beta_{D,St} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{\dfrac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} \cdot \left(\dfrac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot \mu_{Mö} - \mu_{St} \right)}{\dfrac{h_{St}}{t} \cdot \dfrac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot (1 - \mu_{Mö})}}$$



KHOO/ HENDRY 1972 [19]

Annahmen/ Bruchbestimmung

- Bruchkurve des Steins (Polynom 3.Grades) im Druck-Zug-Bereich aus Versuchen an Tonrohren unter Innendruck und Auflast
- nichtlineare Beziehung des Mörtels für den dreiachsigen Spannungszustand
- Bruch des Mauerwerks tritt beim Schnittpunkt der Mörtel- mit Steinbruchkurve ein
- Analyse mit Finiter Elemente Methode zur Spannungsverteilung



$$(A \cdot \beta_{Z,St} + B \cdot \alpha \cdot \beta_{D,Mö}) +$$
$$(C \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + D \cdot \alpha) \cdot \beta_{D,MW} +$$
$$(E \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta^2_{D,St}} - F \cdot \frac{\alpha}{\beta_{D,Mö}}) \cdot \beta^2_{D,MW} +$$
$$(G \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta^3_{D,St}} - H \cdot \frac{\alpha}{\beta^2_{D,Mö}}) \cdot \beta^3_{D,MW} = 0 \qquad \alpha = \frac{h_{St}}{t}$$

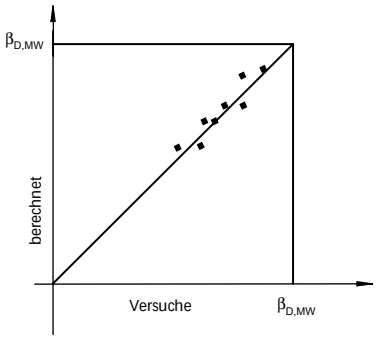
A =	0,997
B =	0,162
C =	0,203
D =	0,113
E =	1,278
F =	0,053
G =	0,249
H =	0,002

SCHNACKERS 1973 [20]

Annahmen/ Bruchbestimmung

- Mauerwerk als homogenes isotropes Material, gleiche elastische Eigenschaften von Stein und Mörtel
- Steine und Lagerfugenmörtel nehmen Querspannungen gleichermaßen auf
- Bruch, wenn Querspannungen die Zugfestigkeit von Stein und Mörtel erreichen

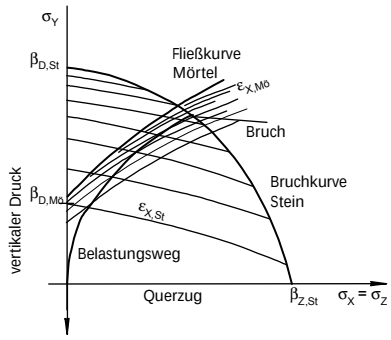
$$\beta_{D,MW} = \frac{1}{\mu_{MW}} \cdot \frac{\dfrac{h_{St}}{2} \cdot \beta_{SZ,St} + t \cdot \beta_{SZ,Mö}}{h_{St} + t}$$



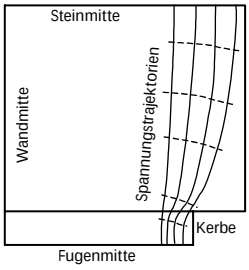
PROBST 1981 [21]

Annahmen/ Bruchbestimmung

- Finite Elemente Analyse zur Spannungsverteilung, insbesondere der Kontaktfläche zwischen Stein und Mörtel
- im ungestörten Bereich haben Stein und Mörtel längs des Vertikalschnitts konstante Querspannungen und –dehnungen
- Bestimmen von Linien gleicher Querdehnung im Stein unter dreiachsiger Druck-Zug-Zug-Beanspruchung
- Bestimmen von Linien gleicher Querdehnung im Mörtel unter dreiachsiger Druck-Druck-Druck-Beanspruchung
- Verbinden der Punkte gleicher Querdehnung in Stein und Mörtel zu einem Spannungspfad im Stein
- Berührt der Spannungspfad die Steinbruchkurve, tritt der Bruch ein.



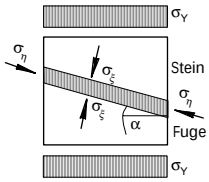
SCHULENBERG 1982 [22]



Annahmen/ Bruchbestimmung

- Berechnung der Spannungen an der Kontaktlinie zwischen Stein und Mörtel mit Hilfe der AIRYschen Spannungsfunktion als Lösung eines Scheibenproblems.
- Spannungsspitzen am Steinrand führen zum „Abscherbeln“ der Wandaußenfläche

MANN 1983 [23]

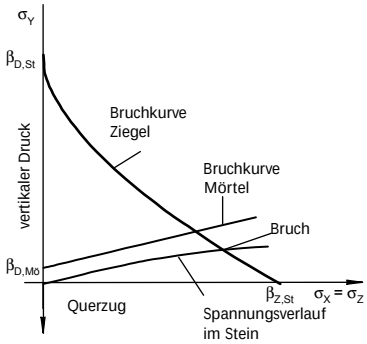


Annahmen/ Bruchbestimmung

- Natursteinmauerwerk aus Bruchsteinen mit parallelen, geneigten Mörtelfugen
- Versagen des Mauerwerks durch Versagen des Mörtels
- mehrachsiger Spannungszustand im Mörtel berücksichtigt

$$\beta_{D,MW} = \beta_{D,Mö} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1-\left(1-\frac{2}{3}\cdot\frac{t}{d}\right)^2 \cdot \cos^4 \cdot \alpha} \cdot \frac{A_{St}}{A_{MW}}$$

ATKINSON/ NOLAND/ ABRAMS 1985 [24]

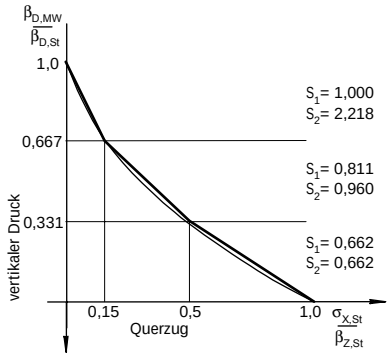


Annahmen/ Bruchbestimmung

- mehrachsiger Spannungszustand im Mörtel berücksichtigt
- kein Mörtelversagen
- Berücksichtigen von elastischen Kennwerten, die vom Spannungszustand abhängen
- inkrementelle Laststeigerung mit Abfrage des Bruchkriteriums für den Stein

$$\Delta\sigma_{x,St} = \frac{\mu_{St} - \frac{E_{St}}{E_{Mö(\sigma_y,\sigma_x)}} \cdot \mu_{Mö(\sigma_y,\sigma_x)}}{\frac{h_{St}}{t} \cdot \frac{E_{St}}{E_{Mö(\sigma_y,\sigma_x)}} + 1} \Delta\sigma_{y,St}$$

OHLER 1986 [25]



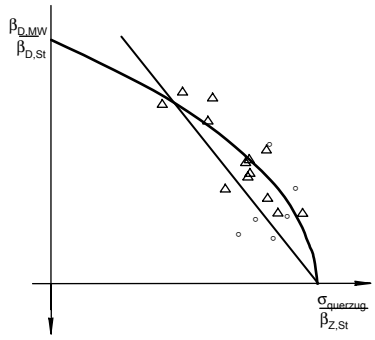
Annahmen/ Bruchbestimmung

- konstante Horizontalspannungsverteilung in Stein und Mörtel
- mehrachsiger Spannungszustand im Mörtel berücksichtigt
- Bruch des Mauerwerks tritt beim Schnitt der Mörtel- mit Steinbruchkurve ein

$$\sigma_{x,Mö} \cdot t = \sigma_{x,St} \cdot h_{St}$$

$$\beta_{D,MW} = \beta_{D,Mö} + \frac{s_1 \cdot \beta_{D,St} - \beta_{D,Mö}}{1 + \frac{s_2 \cdot t \cdot \beta_{D,St}}{m \cdot h_{St} \cdot \beta_{Z,St}}}$$ mit m = 2... Steigung der Mörtelkurve

BERNDT 1992/96 [5, 6]



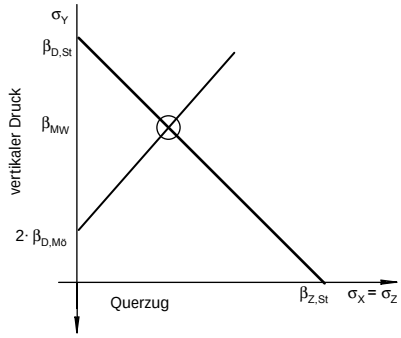
Annahmen/ Bruchbestimmung

- Schichtenmauerwerk aus Sandstein
- Querzugspannungen aus behinderter Querdehnung und aus Teilflächenpressung
- Berücksichtigen des Mörteleinflusses über die Querdehnung

$$\beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St}}{\left[\frac{t}{h'_{St}} \cdot \frac{\mu_{Mö}}{1-\mu_{Mö}} + 0{,}3 \cdot \frac{d}{h_{St}}\left(1 - \frac{d-d'}{d}\right)\right] \cdot \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0{,}7}$$

$$d' = t + \frac{t}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} \qquad h'_{St} = \min.\{10cm; h\}$$

SABHA 1993 [7]

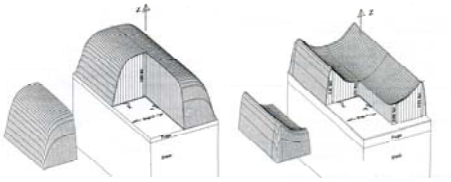


Annahmen/ Bruchbestimmung

- Quadermauerwerk aus Sandstein
- Ausbrechen der Lagerfugenränder oder Plastizieren des Mörtels im Randbereich bewirkt eine Teilflächenbelastung auf den Stein mit größter Querzugspannung in Steinmitte
- Versagen des Mauerwerks, wenn der Stein die Festigkeit im Druck-Zug-Bereich erreicht

$$\beta_{D,MW} = \frac{2 \cdot \frac{t}{d} \cdot \beta_{D,Mö} \cdot \left(2{,}32 \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1{,}6\right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{d} \cdot \left(2{,}32 \cdot \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1{,}6\right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}}$$

BABYLON 1994 [26]



Annahmen/ Bruchbestimmung

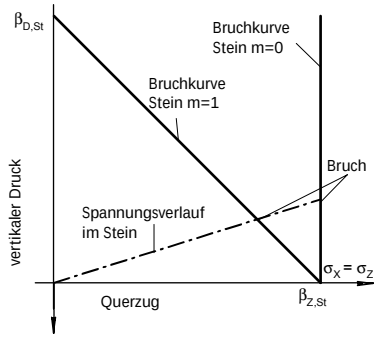
- Spannungszustand nach elastischer Finite Elemente Berechnung
- Ermittlung der Querzugspannungen an jeder Stelle im Stein
- Berücksichtigung unterschiedlicher Fugenformen

$$\sigma_x = \frac{4 \cdot T \cdot k^3 \cdot (x - d/2)^3}{\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{\left\{\left(k(x-d/2)^2\right)^2 + (y+a)^2\right\}^2} + \frac{1}{\left\{\left(k(x-d/2)^2\right)^2 + (h_{St}+a-y)^2\right\}^2} \right\}$$

$$T = \frac{h_{St}}{2} \cdot \frac{\frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot \mu_{Mö} - \mu_{St}}{1 - \mu_{St} + \frac{h_{St}}{t} \cdot \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \cdot (1 - \mu_{Mö})} \cdot \sigma_{y,St} \qquad a = -0{,}03 + \frac{t}{6 \cdot \sqrt[7]{\frac{E_{St}}{E_{Mö}}} - 4}$$

$$k = 0{,}75 - 0{,}05 \cdot t$$

EBNER 1996 [27]



Annahmen/ Bruchbestimmung

- Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband
- Versagensarten: Steinversagen infolge Stoßfugeneinfluß; Steinversagen infolge Querzugspannungen aus behinderter Querdehnung und Teilflächenbelastung; Mörtelversagen

$$\beta_{D,MW} = \left[1 - 1{,}2 \cdot \frac{t}{d} \cdot (1 - 2 \cdot \tan\varphi) \cdot \left(\frac{\sigma_y}{c}\right)^{0,4}\right] \cdot \left[1 - \frac{n \cdot b_s}{l}\right]$$

n...Anzahl Stoßfugen ober- und unterhalb einer Lagerfuge
b_s...Stoßfugenbreite; l...Wandlänge; σ_y...kleinste Vertikalspannung für Versagensarten

3.2.2 Empirische Formeln

Zur Berechnung der Tragfähigkeit unter zentrischer Lasteinleitung lassen sich empirische Formeln heranziehen. Darin sind Ergebnisse von Versuchen in Abhängigkeit der Stein- und Mörteldruckfestigkeit für unterschiedliche Mauerwerksarten enthalten.

Zusammenfassende Darstellungen und Auswertungen findet man bei SCHNACKERS [20], PROBST [21] und SCHULENBERG [22], siehe dazu Anlage 8.1. Die entwickelten Formeln basieren im wesentlichen auf folgenden Grundtypen, wobei die Parameter a bis d die Anpassung der Formeln an die Versuchswerte zulassen.

Mauerwerk			$\beta_{MW} = a \cdot \beta_{St}^{b} \cdot \beta_{Mö}^{c}$				
Mauersteine		Mörtel					
Art	Sorte		n	a	b	c	BEST %
Leichtbeton-steine	V, Vbl, Hbl	DM	35	0,85	0,84	0,00	97
		LM	80	0,85	0,58	0,15	82
		NM	167	0,82	0,73	0,07	87
	V, Vbl	LM	21	0,70	0,66	0,16	76
	Hbl	L	59	0,86	0,57	0,14	83
	V, Vbl	NM	61	0,85	0,72	0.09	94
	Hbl	NM	106	0,89	0,69	0,05	78
Porenbeton-steine	PB	NM	140	0,98	0,68	0,02	67
				0,99	0,69	0,00	64
		LM	17	0,80	0,64	0,09	-
				0,99	0,64	0,00	-
	PP	DM	224	0,81	0,84	0,00	88
			83	0,89	0,84	0,00	97
Normalbetonsteine	Hbn	NM	15	0,03	1,82	0,23	88
Kalksandsteine	KS (Vollsteine)	NM	276	0,70	0,74	0,21	81
		DM	21	0,005	1,92	0,60	(53)
	KS (Blocksteine)	NM	24	0,44	0,92	0,17	96
		DM	40	1,29	0,50	0,35	(30)
	KS L (Lochsteine)	NM	108	0,85	0,57	0,20	66
	KS L (Hohlblocksteine)	NM	70	0,99	0,64	0,05	72
		DM	61	0,40	0,93	0,14	69
	KS (Blocksteine, Planelemente)	DM	15	0,55	0,98	0,00	83
				0,51	1,00	0,00	80
Mauerziegel	Mz	NM	55	0,73	0,73	0,16	(52)
	HLz		342	0,55	0,56	0,46	88
	Leichthochloch-ziegel	DM	14	0,76	0,72	0,00	77
		LM 21	12	1,10	0,38	0,00	(30)
		LM 36	13	0,47	0,82	0,00	70
		NM	40	0,25	0,82	0,41	86

n: Anzahl der Versuche

BEST: Bestimmtheitsmaß

Tabelle 3.3 empirische Formeln als Potenzfunktionen zur Berechnung der Mauerwerkstragfähigkeit unter zentrischer Belastung [29]

a) $\beta_{MW} = a \cdot \left(b + \frac{\beta_{St}}{c} \right) \cdot \left(d + \frac{\beta_{Mö}}{e} \right)$

b) $\beta_{MW} = a \cdot \left(b + \frac{\beta_{St}}{c} \right) \cdot \beta_{Mö}^{n}$

c) $\beta_{MW} = a \cdot \beta_{St}^{b} \cdot \beta_{Mö}^{c} \qquad (b, c < 1)$

d) $\beta_{MW} = f(\beta_{St}) + f(\beta_{Mö})$

Den Formeltyp c mit Ansatz von Potenzfunktionen zur Stein- und Mörtelfestigkeit benutzt MANN [28] zur Auswertung einer Vielzahl von Versuchsergebnissen. Neuere Experimente, differenziert nach der Steinart, bezieht SCHUBERT [29] in die Auswertung ein. Eine Berechnung der zentrischen Tragfähigkeit ist somit für viele Mauerwerksarten aus künstlichen Steinen möglich (Tabelle 3.3).

3.3 Spannungsverteilung nach Finiter Elemente Methode

3.3.1 Stein und Mörtel im Finiten Elemente Modell

Im inhomogenen Mauerwerk besteht in Stein und Mörtel ein mehrachsiger Spannungszustand. Wesentlicher Unterschied zeigt sich zu homogenem Material dadurch, daß die Fugen sämtliche Spannungstrajektorien aus der Druckbelastung ablenken und dadurch Querzugspannungen im Stein entstehen. Nur für homogenes Material gilt das Fasermodell, wobei jede Faser die gleichen Vertikalspannungen überträgt. Im einachsigen Spannungszustand verlaufen die Trajektorien beim Fasermodell parallel und geradlinig (Bild 27).

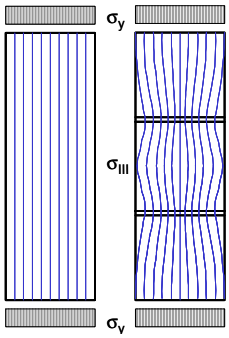


Bild 27 Fasermodell mit einachsigem Spannungszustand für homogenes Material im Gegensatz zum mehrachsigen Spannungszustand bei inhomogenem Material

Berücksichtigt man noch die Spannungen in Richtung der Wandlänge, so befinden sich Stein und Mörtel im dreiachsigen Spannungszustand. Wie HILSDORF [13] feststellte, ist der Mörtel mit Druck-Druck-Druck Spannungen und der Stein mit Druck-Zug-Zug Spannungen beansprucht. Eine vereinfachte Darstellung vom Spannungszustand in Stein und Mörtel zeigt Bild 28.

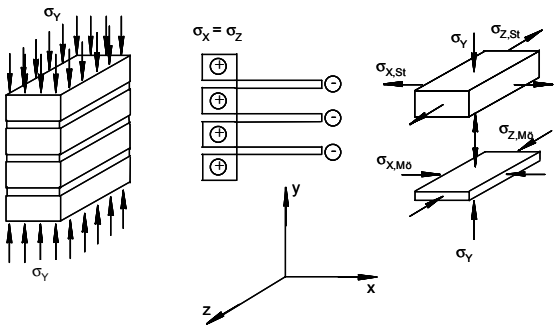


Bild 28 Vereinfachte Darstellung vom Spannungszustand in zentrisch gedrücktem Mauerwerk [17]

3.3.1.1 Bruch- und Fließmodell für körnige Materialien

Für körnige Materialien wie Beton, Gestein und Sand ist die Festigkeit abhängig vom herrschenden mehrachsigen Spannungszustand. Man denke sich einen mit trockenem kohäsionslosem Sand gefüllten Behälter aus Stahl, dessen Sandoberfläche ein Druckstempel belastet. Durch die allseitige Umschnürung des Sandes kann dieser nicht entweichen und trägt die Belastungssteigerung, bis der Stahlmantel unter Zugspannungen versagt. Das gleiche Prinzip wirkt bei der wendelbewehrten gedrungenen Stahlbetonstütze. Die Traglast bei zentrischer Lasteinleitung steigt ebenfalls, da bei geringer Ganghöhe der Wendel der Kernbereich der Stütze allseitig unter Druck steht. Dagegen versagt aufgeschütteter Sand ohne Umschnürung bei geringer Last und „fließt“ seitlich am Druckstempel vorbei; die Quarzkörner bleiben unzerstört.

Versuche unter verschiedenen Spannungskombinationen ermöglichen es, im dreidimensionalen Hauptspannungsraum eine Bruch- beziehungsweise Fließfläche aufzuspannen. Außerhalb dieser Fläche existiert kein Spannungszustand. In allgemeiner Darstellung zeigt Bild 29 die einhüllende Fläche der Spannungszustände im Hauptspannungsraum [30]. In Bild 30 ist zur besseren Anschauung der Schnitt durch die Ebene $\sigma_I = \sigma_{II}$ gezeichnet.

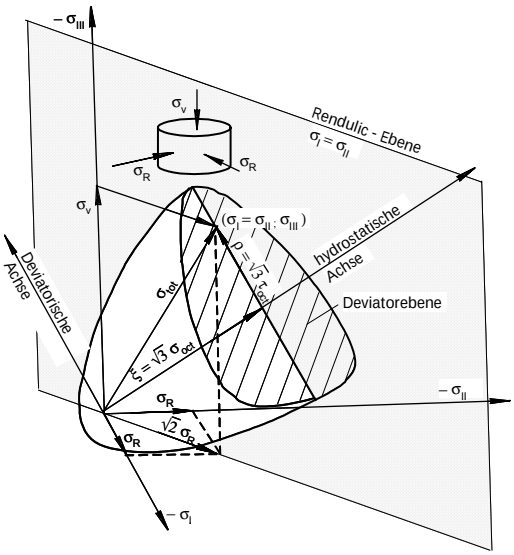


Bild 29 Einhüllende möglicher Spannungszustände im dreidimensionalen Hauptspannungsraum [30]

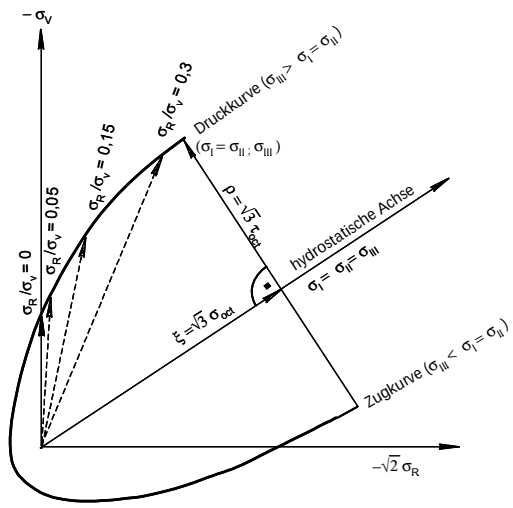


Bild 30 Schnitt bei $\sigma_I = \sigma_{II}$ (Rendulic-Ebene) [30]

Um eine geeignete mathematische Beschreibung der Bruch- oder Fließfläche als Einhüllende der Versuchsergebnisse waren verschiedene Autoren besonders für Beton bemüht, da hierfür die größte Anzahl von Ergebnissen bei mehrachsiger Beanspruchung vorliegt.

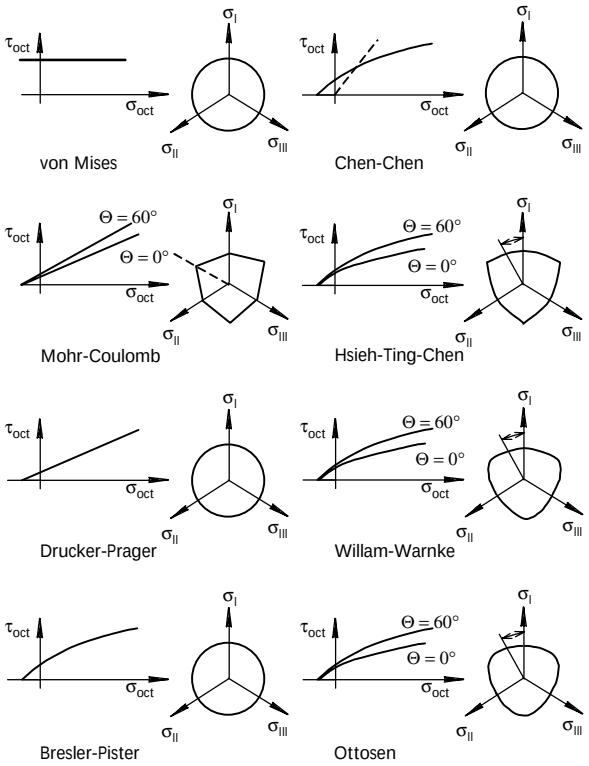


Bild 31 verschiedene Bruchkriterien für Beton im dreiachsigen Hauptspannungsraum [31]

Bild 31 zeigt eine Auswahl von Bruchmodellen für Beton [31]. Dargestellt sind die Meridiane und der Schnitt durch die räumliche Figur in einer Deviatorebene. Die Blickrichtung geht entlang der hydrostatischen Achse, die im rechten Winkel zur Deviatorebene verläuft. Zur Formulierung der Einhüllenden enthalten die Formeln eine bestimmte Anzahl von Parametern, die aus voneinander unabhängigen Versuchen hervorgehen.

Die mathematische Beschreibung muß folgende Eigenschaften erfassen:

- den hydrostatischen Spannungszustand,
- die Schubspannung in der Deviatorebene,
- die Meridiankrümmung der Einhüllenden.

Die Einhüllende ist in unterschiedlicher Form als Kombination der Spannungen darstellbar [31]:

- In Invariantenschreibweise $f(I_1, J_1, J_3) = 0$;
- anstelle der Invarianten mit Oktaederspannungen $f(\sigma_{Okt}, \tau_{Okt}, \Theta) = 0$.

Zu Herleitungen der Formeln für die Bruchkriterien nach Bild 31 sei neben genannter Literatur [31] auch auf [10] und [32] verwiesen.

Die Versuchsergebnisse an Beton von KUPFER u.a. [33] in Bild 32 zeigen, wie stark die Festigkeit vom herrschenden Spannungszustand abhängt. In Bild 33 ist die Brucheinhüllende bei zweiachsiger Beanspruchung dargestellt. Weitere Versuchsergebnisse unter Druck-Zug-Belastung finden sich bei KHOO/ HENDRY [34] für Ziegelmaterial und bei LINSE/ STEGBAUER [35] für Gas- und Leichtbeton. Für Postaer Sandstein fehlen leider vergleichbare Versuche. Prüfergebnisse vom Beton unter dreiachsiger Beanspruchung und eine umfangreiche Literaturübersicht kann man bei VAN MIER [36] nachlesen.

Bild 34 stellt in allgemeiner Form die Brucheinhüllende aus Blickrichtung der hydrostatischen Achse dar. Schnitte durch Deviatorebenen sind als „Höhenlinien“ gezeichnet. Es zeigt sich die Tendenz, daß mit zunehmendem hydrostatischen Druck die Deviatorebene sich einem Kreisquerschnitt annähert, wohingegen unter geringerem hydrostatischen Druck die Schnittfläche eher ein Dreieck bildet. Eine dreieckige Begrenzung in der Deviatorebene stellt in ihrer Form den unteren Grenzwert dar [37]. Konkave Flächen sind für ein Kontinuum aus elastisch-plastischem Material nicht möglich, verstoßen gegen das DRUCKERsche Postulat [31] von der Konvexität der Bruchfläche und sind daher für die Berechnung mit der Kontinuumsmechanik unbrauchbar. Einige im Abschnitt 3.2 vorgestellten Bruchmodelle beinhalten konkave Bruchkurven. Da diese aus Experimenten abgeleitet sind, fand offenbar vorgeschädigtes Material mit Mikro- und Brennrissen Anwendung, welches im Sinne der Definition kein Kontinuum darstellt.

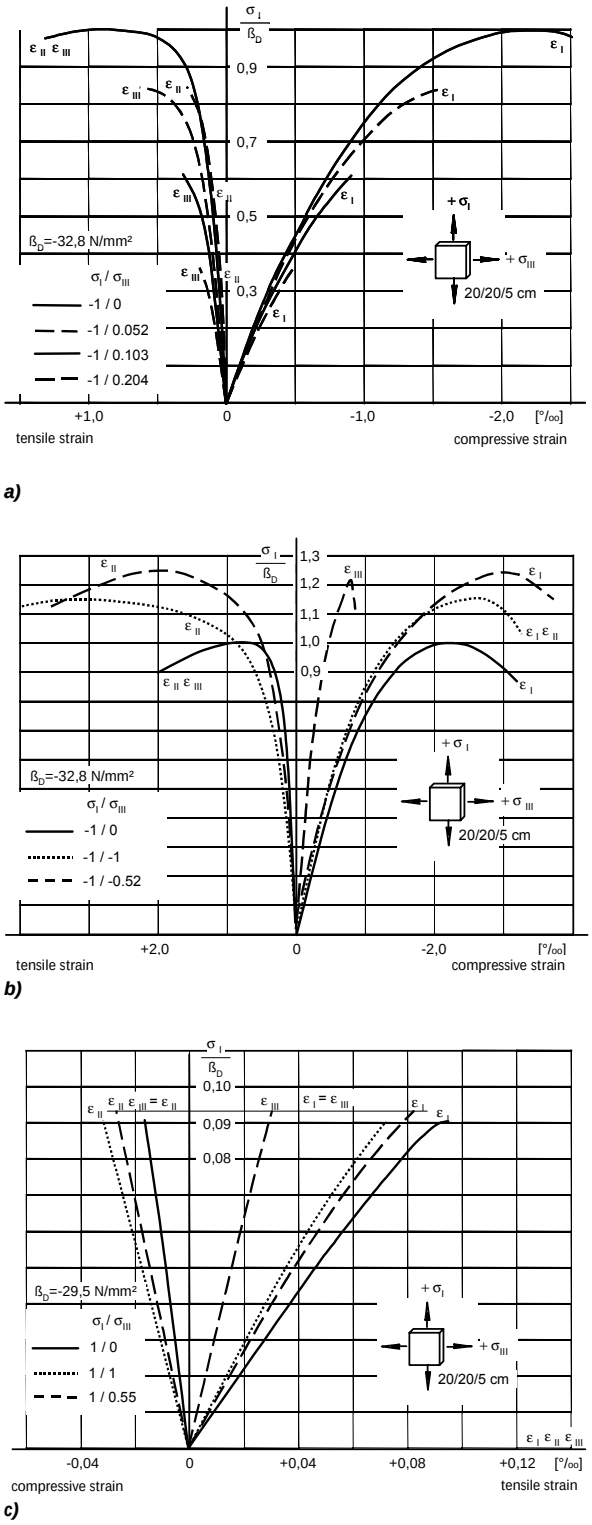


Bild 32 ***Versuche an Beton [33] unter zweiachsiger Beanspruchung***
a) Druck-Zug-Bereich
b) Druck-Druck-Bereich
c) Zug-Zug-Bereich

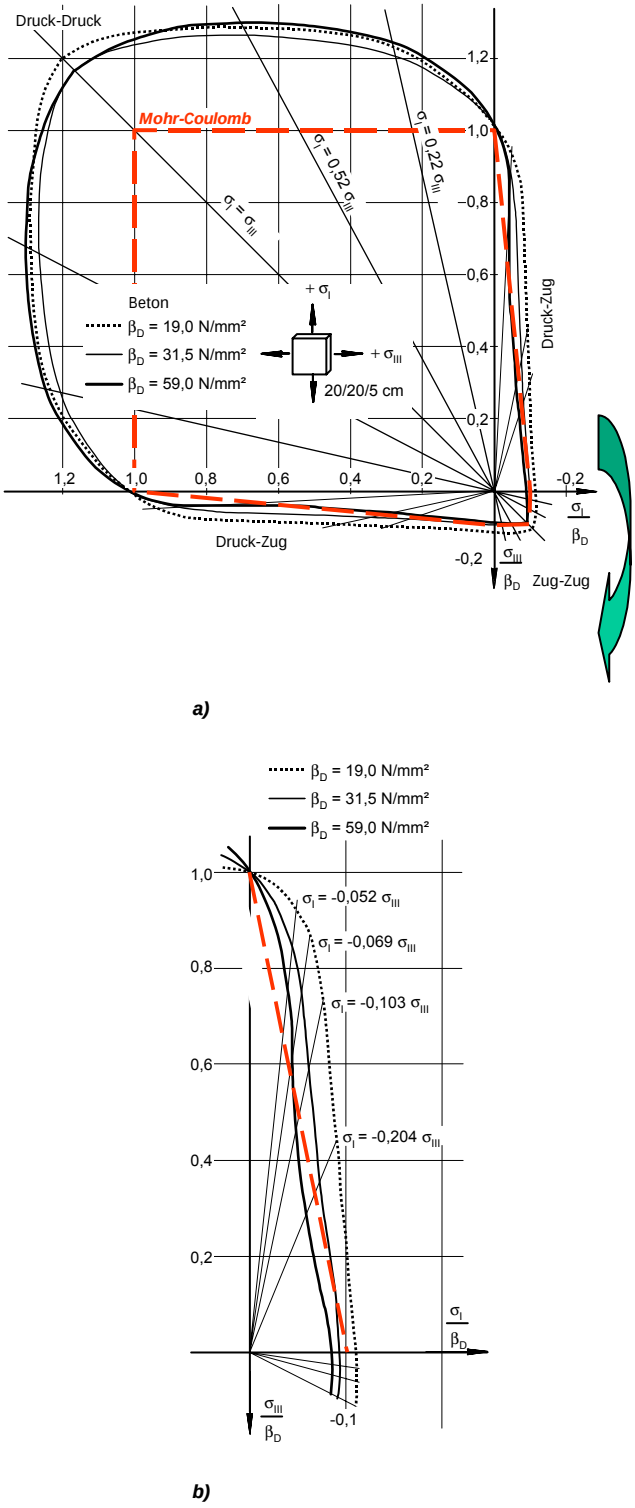


Bild 33 ***Brucheinhüllende für Beton [33]***
a) zweiachsiger Spannungszustand
b) Ausschnitt Druck-Zug-Bereich

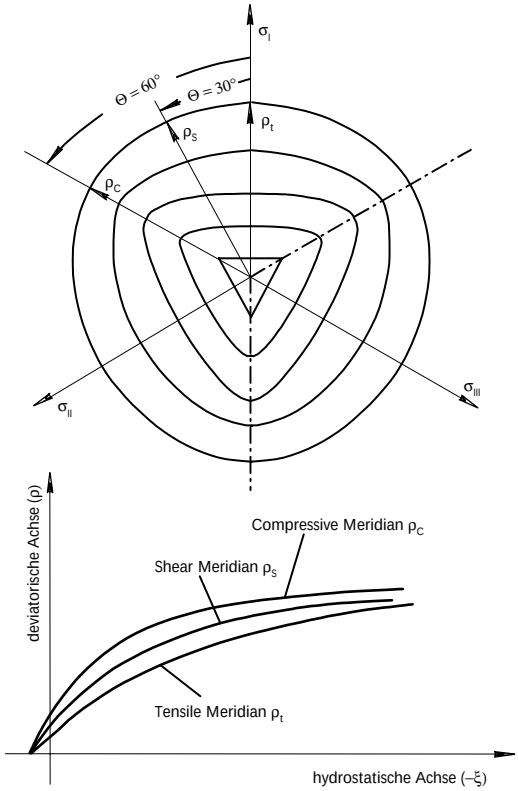


Bild 34 generelle Form ausgewählter Brucheinhüllender in Deviatorebenen

Entwickelte Bruchmodelle lassen sich mit der Anzahl von Parametern zur Beschreibung der Bruchfläche nach den Verfassern ordnen. Eine Auswahl zeigt Tabelle 3.4. Je mehr Parameter zur Verfügung stehen, desto genauer läßt sich das Bruchkriterium unter mehrachsigem Spannungszustand definieren. Allerdings müssen entsprechende Versuchsergebnisse vorliegen, was derzeit nur für wenige Materialien wie beispielsweise Beton gilt.

Anzahl der Parameter	Modell nach	Literatur
1	Lade-Duncan	[38]
2	Mohr-Coulomb	[10, 31]
2	Drucker-Prager	[31]
3	Mohr-Coulomb mit Rankine	[32]
4	Ottosen	[39]
4	Hsieh-Ting-Chen	[10]
5	Willam-Warnke	[40]
5	Podgorski	[41]

Tabelle 3.4 Bruchmodelle

Folgende Untersuchungen zum Bruchverhalten des Natursteinmauerwerks basieren auf den zweiparametrigen Modellen nach MOHR-COULOMB für den Sandstein und DRUCKER-PRAGER für den Mörtel. Beide Bruchmodelle lassen sich mit nachfolgender Herleitung einfach darstellen.

Bruchmodell nach MOHR-COULOMB

Das MOHR-COULOMBsche Modell wird zur Auswertung des Bruchkriteriums vom Sandstein in das Programmsystem Ansys 5.5 [42] implementiert, da dieses in der aktuellen Programmversion nicht verfügbar ist. Mit Bild 35 läßt sich nach folgender Herleitung [31, 10] das Bruchkriterium angeben:

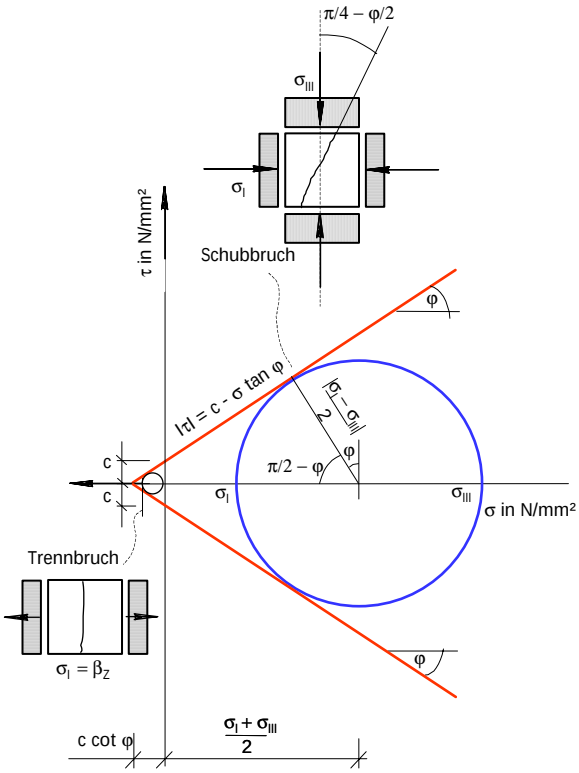


Bild 35 MOHR-COULOMB-Bruchkriterium

Mit $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$ folgt aus der Geometrie:

$$|\tau| = c - \sigma \cdot \tan\varphi$$

$$\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cdot \cos\varphi = c - \left[\frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} + \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \cdot \sin\varphi\right] \cdot \tan\varphi$$

und nach Umformen

$$\sigma_I \cdot \frac{1 + \sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} - \sigma_{III} \cdot \frac{1 - \sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} = 1$$

Aus linearer Beziehung $\frac{\sigma_I}{\beta_Z} - \frac{\sigma_{III}}{\beta_D} = 1$ folgt die

einachsige Druckfestigkeit: $\beta_D = \dfrac{2 \cdot c \cdot \cos\varphi}{1 - \sin\varphi}$

und

einachsige Zugfestigkeit: $\beta_Z = \dfrac{2 \cdot c \cdot \cos\varphi}{1 + \sin\varphi}$.

Sind die Hauptspannungen in ihrer Größenreihenfolge nicht von vornherein bekannt, läßt sich die Bruchfläche im Hauptspannungsraum mit drei unabhängigen Beziehungen ausdrücken:

$$F_1 = \left[\frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2}\right]^2 - \left[c \cdot \cos\varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} \cdot \sin\varphi\right]^2 \leq 0$$

$$F_2 = \left[\frac{\sigma_{II} - \sigma_{III}}{2}\right]^2 - \left[c \cdot \cos\varphi - \frac{\sigma_{II} + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin\varphi\right]^2 \leq 0$$

$$F_3 = \left[\frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}\right]^2 - \left[c \cdot \cos\varphi - \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} \cdot \sin\varphi\right]^2 \leq 0$$

Die drei Gleichungen stellen – wenn man das Gleichheitszeichen nimmt – im Koordinatensystem der Hauptspannungen je ein Ebenenpaar dar. Insgesamt bestimmen sie eine Pyramide mit unregelmäßiger sechseckiger Grundfläche (unregelmäßiges Hexagon, Bild 36). Bei der Berechnung der Tragfähigkeit von Mauerwerk mit der Finiten Elemente Methode wird die Last schrittweise gesteigert und nach jedem Schritt überprüft, ob das Bruchkriterium erfüllt ist. Wenn dem so ist, führt die bestehende Spannungskombination zum Steinversagen und die Tragfähigkeit des Mauerwerks ist erreicht. Wegen der Sprödbruchneigung des Sandsteins bleiben plastische Spannungsumlagerungen unberücksichtigt.

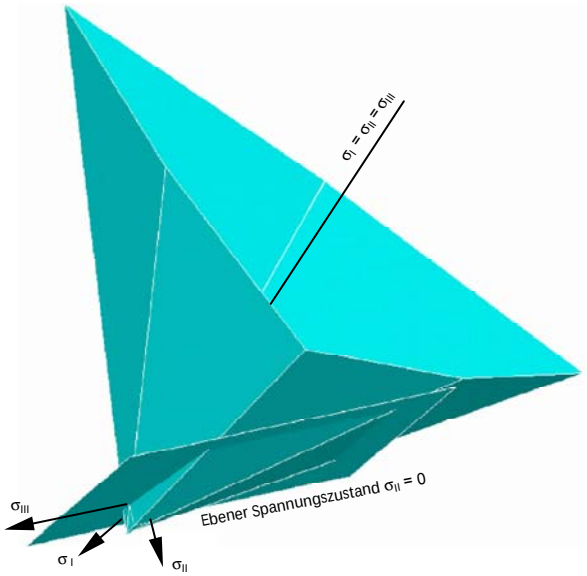


Bild 36 Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB mit ebenem Spannungszustand nach Bild 33

Beide Parameter zur Bestimmung der Brucheinhüllenden – innerer Reibungswinkel φ und Kohäsion c – gewinnt man aus den einachsigen Festigkeiten β_D und β_Z mit den Gleichungen:

(3.4)

$$\varphi = \arcsin\frac{1-n}{1+n} \qquad n = \frac{\beta_Z}{\beta_D}$$

(3.5)

$$c = \beta_D \cdot \frac{1 - \sin\varphi}{2 \cdot \cos\varphi}$$

Für ein bekanntes Verhältnis $n = \beta_{Z,ST} / \beta_{D,ST}$ läßt sich aus Bild 37 der innere Reibungswinkel ablesen.

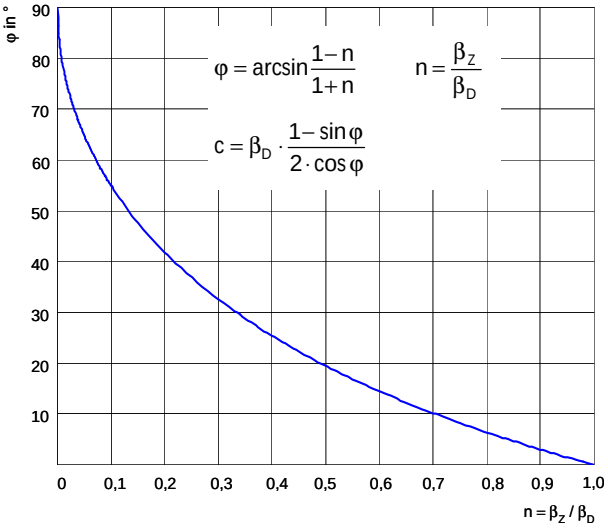


Bild 37 φ in Abhängigkeit vom Verhältnis $n = \beta_{Z,ST} / \beta_{D,ST}$

Bruchmodell nach DRUCKER-PRAGER

Die Materialeigenschaften des Mörtels sind im Hinblick auf plastisches Verhalten mit dem Modell nach DRUCKER-PRAGER formulierbar, wobei ein Fließmodell das gewählte Bruchmodell ergänzt, da plastische Formänderungen zu berücksichtigen sind. Diese lassen sich mit assoziierter oder nichtassoziierter Fließregel berechnen, welche bereits im Programmsystem Ansys 5.5 [42] implementiert sind.

Bild 38 zeigt die kegelförmige Fließfläche im Hauptspannungsraum. Die Bestimmungsgleichung der Kegelfläche lautet:

(3.6)

$$f(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} - \alpha \cdot I_1 - k = 0$$

Die zwei Parameter α und k lassen sich mit den beiden Materialparametern der Kohäsion c und des inneren Reibungswinkels φ bestimmen:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \sin\varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\varphi)}$$

(repräsentiert bis auf eine Konstante den Anstieg der Mantellinie des Kegels gegenüber der hydrostatischen Achse)

$$k = \frac{6 \cdot c \cdot \cos\varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\varphi)}$$

(Fließspannung bei reinem Schub)

Die Kegelfläche nach DRUCKER-PRAGER umschreibt die äußeren Druckspannungskurven einer – gleiche Materialwerte vorausgesetzt – hexagonalen Fläche nach MOHR-COULOMB (Bild 38). Die Wahl der Fließeinhüllenden als geschlossene Form ohne Ecken und Kanten bietet Vereinfachungen in der Programmierung des Formänderungsgesetzes im Falle plastischen Fließens.

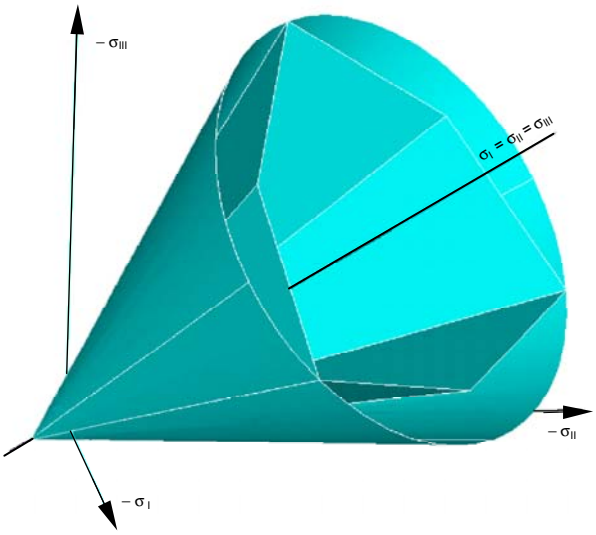


Bild 38 Bruch- oder Fließfläche nach DRUCKER-PRAGER

Für gleiche Druck- und Zugfestigkeit eines Materials, wie beispielsweise bei Stahl, wird der innere Reibungswinkel $\varphi = 0$. Gleichung (3.6) bekommt dann die Gestalt der zylindrischen Bruchbedingung nach VON MISES, die unabhängig vom hydrostatischen Spannungszustand ist.

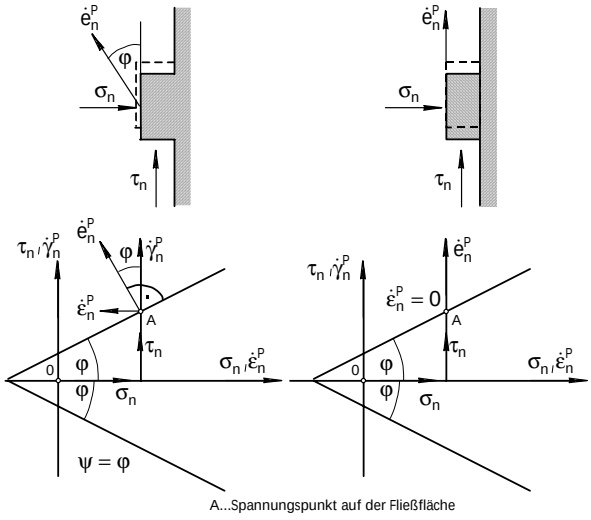
Formänderungsgesetz für ideal-plastisches Fließen

Nimmt man ein körniges Kontinuum mit idealplastischen Materialeigenschaften, welches für Mörtel gelten soll, dann beschreibt die Fließregel plastische Verzerrungsänderungen eines Punktes auf der „Bruch"- oder Fließfläche. Verfestigende Eigenschaften bei wachsender Beanspruchung, wie sie beim Werkstoff Stahl mit isotroper und kinematischer Verfestigung zu berücksichtigen sind, sollen für Mörtel ausgeschlossen sein. Entsprechend der Normalenregel gilt Gleichung (3.7), wobei der Vektor der plastischen Verzerrungsänderungen senkrecht auf der Fließfläche steht:

(3.7)

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{P} = \dot{\lambda} \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

KALINSZKY [10] erläutert den physikalischen Inhalt der Fließbedingung an einem einfachen Modell im τ - σ - Diagramm (Bild 39). Das Blockelement sei durch die Normalspannung σ_n und Schubspannung τ_n belastet. Wenn die Fließbedingung erfüllt ist (Punkt A), dann gelangt das Element in den plastischen Zustand. Das betrachtete Element erleidet plastische Verzerrungen, die in dem zu den Achsen σ_n und τ_n koaxialen Koordinatensysem durch den Vektor $\dot{e}_n^P(\dot{\varepsilon}_n^P, \dot{\gamma}_n^P)$ dargestellt werden, welcher die Verzerrungsgeschwindigkeiten $\dot{\varepsilon}_n^P$ beziehungsweise $\dot{\gamma}_n^P$ enthält.



a) ausschließlich Dilatation ***b) ausschließlich Reibungsgesetz***

Bild 39 Blockelement mit gleichem Material wie das Kontinuum [10]

Nach der Normalenregel – assoziierte Fließregel – aus Gleichung (3.7) muß dieser Vektor $\dot{e}_n^P$ senkrecht auf der Fließbedingung stehen (Bild 39a); das untersuchte Element führt jedoch im plastischen Zustand nicht nur eine Gleitung, sondern auch eine Dehnung aus. Dementsprechend ist der in A dargestellte Vektor nicht parallel zur Berührungsebene, sondern schneidet sie unter dem Winkel φ. Dies hat zur Folge, daß sich das Volumen des Elementes bei plastischem Fließen ändert. Der Dilatationswinkel ψ, der die Volumenänderung charakterisiert, ist hier gleich dem inneren Reibungswinkel φ. Betrachtet man diese Situation für kohäsionsloses Material genauer [43], dann kann der untersuchte Punkt keine plastische Arbeit verrichten, da der Vektor $\dot{e}_n^P$ senkrecht auf dem Spannungsvektor steht, womit sich das Kreuzprodukt und somit die Energiedissipation zu null ergeben. Plasti-

sche Deformationen ohne „Energieverbrauch“ sind allerdings nicht vorstellbar, wonach der Dilatationswinkel kleiner als der innere Reibungswinkel sein muß.

Man gelangt jedoch zu einem wesentlich abweichenden Ergebnis, wenn es bei Annahme ausschließlichen Reibungsverhaltens in dem untersuchten Schnitt nur zu einer Gleitung kommt. In diesem Fall bewegt sich also der elementare Block bei einer Befriedigung der Fließbedingung auf der Berührungsebene wie ein starrer Körper. Somit ist der Vektor $\dot{e}_n^P$, der den Verzerrungsgeschwindigkeitszustand des Elements charakterisiert, parallel zur Berührungsfläche, das heißt $\dot{\varepsilon}_n^P = 0$. Wird der Vektor ähnlich wie zuvor auch im Koordinatensystem dargestellt, so wird er zur Achse τ_n parallel; er steht somit nicht senkrecht zur Fließbedingung (Bild 39b). Die Normalenregel wird in diesem Fall nicht befriedigt – nichtassoziierte Fließregel –, da die Spannung σ_n jetzt keine Arbeit mehr leistet; sie wird als Reaktion gewertet, obwohl sie gleichzeitig in der Fließbedingung eine Rolle spielt.

Körnige Materialien, wie Böden, Gesteine, Beton und Mörtel, verhalten sich in Wirklichkeit weder idealplastisch noch lassen sie sich als Reibungsmaterialien bezeichnen, so daß ihr Verhalten von keiner der oben erläuterten Theorien exakt beschrieben wird. Wie Versuche zeigen, ist das Maß der plastischen Volumenänderung nicht so groß, wie es die auf der Normalenregel basierende Theorie fordert. Andererseits wird auch das Reibungsgesetz lediglich von idealisiert körnigen Materialien erfüllt. Wie ein späteres Beispiel zeigt, ist der Einfluß der Volumenänderung des Mörtels bei plastischem Fließen auf die Bruchlast des Mauerwerks sehr gering.

3.3.1.2 Bruchbedingung für Sandstein

Petrographie des Sandsteins [44, 45]

Sandstein ist ein Sedimentgestein aus gerundeten bis kantigen Körnern, deren Durchmesser nach der Norm DIN 4022 im Größenbereich zwischen 0,063 und 2,0 mm liegen. Man unterscheidet feinkörnige (0,063 bis 0,2 mm Korngröße), mittelkörnige (0,2 bis 0,63 mm) und grobkörnige (0,63 bis 2,0 mm) Sandsteine.

Bezeichnung:

- Quarzsandstein: Komponenten zu mehr als 90% aus Quarzkörnern
- konglomeratischer Sandstein: lagenweise angereicherte Komponenten mit Korngrößen > 2mm
- schluffiger; toniger Sandstein: Anteile mit Korngrößen unter 0,063; 0,002 mm

Sandsteine können einen sehr vielfältigen Mineralbestand haben. Hauptmineral ist der Quarz. Die einzelnen Sandkörner können aber auch aus anderen Mineralien oder Gesteinsbruchstücken bestehen. Neben Quarz sind Feldspate (Kalifeldspat, Plagioklase) und Glimmer die Hauptbestandteile. Glimmerreiche Sandsteine werden als Arkosen bezeichnet. Die Benennung nach dem Mineralienbestand ergibt sich aus den Anteilen der Hauptkomponenten nach Bild 40.

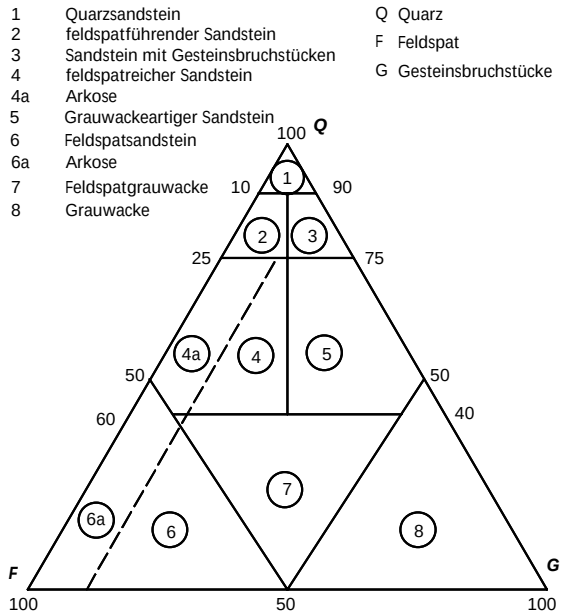


Bild 40 Benennungsschema für Sandsteine nach Mineralbestand [44]

Gesteinsentstehung aus Ablagerungen [44, 46]

Die Sandkörner bilden nach ihrer Ablagerung ein Lockersediment. Die einzelnen Körner lagern sich nach Art einer Kugelpackung aneinander, so daß zwischen den Mineralkörnern ein zumindest wassergefüllter Raum verbleibt; der Porenraum. Aus Lockersediment wird durch Diagenese ein Festgestein. Diagenese ist die Bezeichnung für die Umbildung lockerer Ablagerungen zu festen Gesteinen durch mehr oder weniger langzeitige Wirkung von Druck, Temperatur, chemischer Lösung und Abscheidung. Zunehmender Auflastdruck durch überlagernde Sedimente führt zu einer Kompaktion; der lockere Sand wird verdichtet, das Porenvolumen verringert sowie gleichzeitig das Sediment entwässert. Die Kornbindung wird durch das Bindemittel bewirkt, das calcitisch, tonig, quarzitisch (kieselig) oder eine Kombination dieser drei sein kann. Das Bindemittel wird auch als Zement, die Bindung als Zementation bezeichnet. Die Bildung des Zements erfolgt durch Auskristallisation der im Porenwasser gelösten Stoffe. Chemische Vorgänge lassen so in Verbindung mit der Verdichtung des Gefüges aus einem Lockergestein ein Festgestein entstehen.

Das Bindemittel hat einen wesentlichen Einfluß auf die Festigkeit und sonstigen Eigenschaften des Gesteins. Quarz als Bindemittel gibt dem Sandstein die größte

Festigkeit. Bei großer Versenkungstiefe wachsen unter entsprechend hohem Druck Quarzsandkörner durch Anlagerung von Quarzsäumen, so daß es zur unmittelbaren Kornbindung kommt. Calcitisch zementierte Sandsteine werden als Kalksandsteine bezeichnet. Bei toniger Bindung bilden die Tonmineralien dünne Häutchen um die Sandkörner und bewirken so die Kohäsion. Sowohl die Intensität der Zementation als auch die Art des Bindemittels können innerhalb einer Sandsteinbank variieren.

Neben dem Bindemittel beeinflußt das Korngerüst maßgeblich die Materialeigenschaften [47]. Die Dichtigkeit der Struktur wird dabei zunächst von der Packungsart bestimmt. Diese ist unabhängig von der mittleren Korngröße. Eine einfache Kugelpackung ist mit einer Porosität von 48% verbunden. Unterste Grenze für Einkorn-Haufwerke ist die dichteste Kugelpackung mit 26% Porosität (Bild 41). Ein weiterer Einflußfaktor auf die Dichtigkeit des Korngerüstes ist die Sieblinie, welche gut abgestuft die Haufwerksporosität bis auf 28% verringert [48].

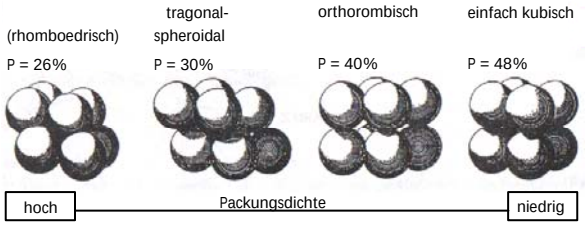


Bild 41 Packungsdichten von Kugelhaufwerken [49]

Festigkeitseigenschaften des Sandsteins

In Anlage 8.2 sind neben der topografischen Einordnung genutzter Sandsteinvorkommen in Deutschland [44] auch mechanische Kennwerte zu Druck- und Biegezugfestigkeiten sowie Elastizitätsmoduli ausgewählter Sandsteine zusammengestellt [44, 50, 51, 52 und 53]. Für den Sandstein der Sächsischen Schweiz untersuchte GRUNERT [54] in einer umfangreichen Arbeit, geordnet nach wichtigen Steinbrüchen, wesentliche mechanische Kennwerte. Für die Berechnung von Mauerwerk sind neben einachsigen Festigkeiten auch das Materialverhalten unter mehrachsigem Spannungszustand wichtig. Nach Kenntnis der Brucheinhüllenden (siehe Abschnitt 3.3.1.1) ist ein geeignetes mathematische Modell zur Erfassung aller möglichen Spannungszustände im Hauptspannungsraum auszuwählen.

Einachsige Festigkeiten

1. Prüfung der einachsigen Druckfestigkeit ($\beta_{D,St}$) nach DIN 52105 [55]

Die Prüfung unterschiedlicher Probekörper in Form und Größe ergeben sich aus Entnahmemöglichkeiten am bestehenden Bauwerk. Handelt es sich um wertvolle Bausubstanz, sollten Zylinder von 5 cm Durchmesser genügen; die Entnahme prismatischer Körper wäre aufwendiger.

Für Umrechnungen unterschiedlicher Formen und Größen auf festgelegte Bezugsgrößen nach der Norm stellt SCHICKERT [56] Prüfkörperformen (Bild 42) und Umrechnungsfaktoren zusammen. Für den Postaer Sandstein sind nach Bild 43 [5] Gestaltfaktoren angegeben. Für flache Körper steigen die Festigkeiten gegenüber der Würfelform beträchtlich an, denn durch die Endflächenreibung zwischen Sandstein und Stahlplatte der Prüfmaschine befindet sich der Stein im mehrachsigen Druck-Druck-Druck Spannungszustand, wodurch die Bruchspannung steigt.

Druckfestigkeit: $\beta_{D,St} = \frac{F}{A}$

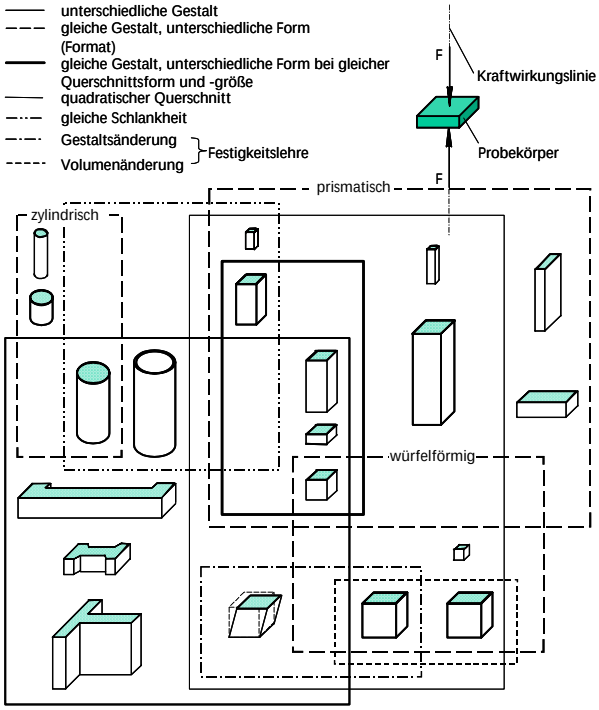


Bild 42 Prüfkörperformen [56]

Den Elastizitätsmodul prüft man am Prisma oder Zylinder. Eine typische Spannungs-Dehnungs-Linie zeigt Bild 44 für Schlesischen Sandstein unter mehrfacher Be- und Entlastung bis zum Bruch. Der Anstieg der gemittelten Kurve als lineare Funktion bezeichnet den Elastizitätsmodul ausreichend genau.

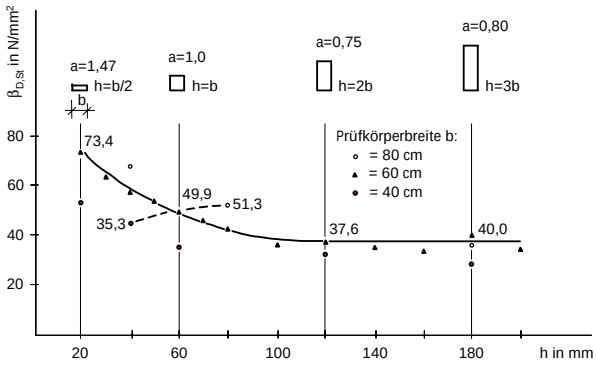


Bild 43 Gestaltfaktoren a in Abhängigkeit von Prüfkörperhöhen und –breiten für Postaer Sandstein, Steinbruch: Lohmen-Mühlleite, eisenhaltige Bank [5]

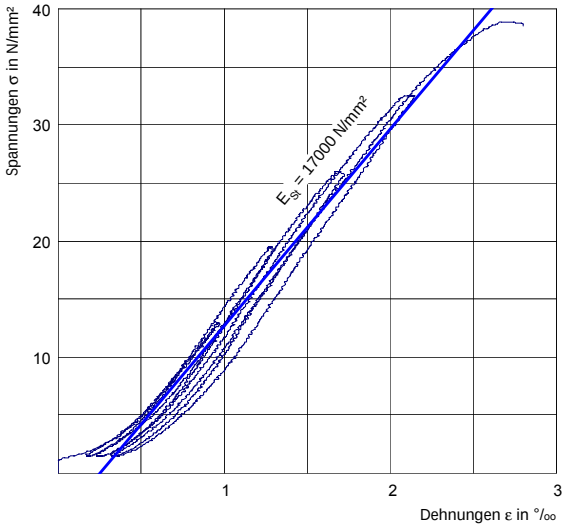


Bild 44 typische Spannungs-Dehnungslinie für Sandstein

2. Prüfung der Spaltzugfestigkeit

Am Zylinder oder Prisma wird die Last linienförmig über aufgeklebte Hartfilzstreifen eingetragen (Bild 45). Die Spannungsverteilung ergibt sich mit analytischer Lösung nach folgenden Gleichungen. Für die Spaltzugspannung beim Bruch gilt Gleichung c).

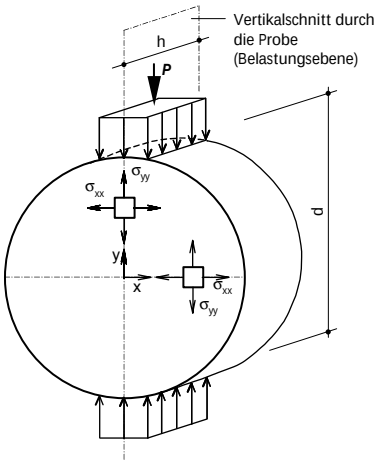


Bild 45 Spaltzugprüfung

Analytische Lösung zur Spannungsverteilung [57]:

Normalspannung σ_{xx} längs y = 0:

$$\text{a)}\quad \sigma_{xx} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot d \cdot h} \cdot \left\{ 1 - \frac{(x/d)^2}{(0{,}25 + (x/d)^2)^2} \right\}$$

Normalspannung σ_{yy} längs y = 0:

$$\text{b)}\quad \sigma_{yy} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot d \cdot h} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{(0{,}5 + (x/d)^2)^2} \right\}$$

Normalspannung σ_{xx} längs x = 0:

$$\text{c)}\quad \sigma_{xx} = \beta_{SZ,St} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot d \cdot h}$$

Normalspannung σ_{yy} längs x = 0:

$$\text{d)}\quad \sigma_{yy} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot d \cdot h} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{0{,}25 - (y/d)^2} \right\}$$

3. Prüfung der Biegezugfestigkeit nach DIN 52112 [58]

Der Einfeldträger gemäß Bild 46 dient als Prüfkörper.

- Biegezugfestigkeit: $\beta_{BZ,St} = 1{,}5 \frac{P \cdot l}{b \cdot h^2}$

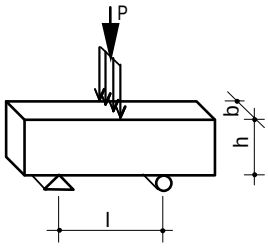


Bild 46 Biegezugversuch

4. Prüfung der Zugfestigkeit

Die Prüfung der einachsigen Zugfestigkeit ist versuchstechnisch sehr aufwendig. ALFES [47] entwickelte eine prüftechnische Lösung mit gekerbten Proben und untersuchte das bruchmechanische Verhalten ausgewählter Sandsteine. Der Einfluß verschiedener Kerbungen und Probenhöhen sowie Quarzkorndurchmesser und Gesamtporosität auf die Zugfestigkeit sind mit einem umfangreichen Versuchsprogramm ermittelt.

5. Beziehungen zwischen einachsigen Festigkeiten

Die einachsige Zugfestigkeit bestimmt man – wie bei Beton – aus der Spaltzugfestigkeit mit $\beta_{Z,St} = 0{,}9 \cdot \beta_{SZ,St}$. Liegen keine Spaltzugergebnisse vor, bestimmt man diese aus der Biegezugfestigkeit. Für den Postaer Sandstein ist das Verhältnis $\beta_{SZ,St} = 0{,}9 \cdot \beta_{BZ,St}$ [59]. In Bild 47 sind für einige Sandsteine aus Anlage 8.2 die Mittelwerte von Steindruck- und -biegezugfestigkeit aufgetragen. Die Beziehung zwischen beiden läßt sich in linearisierter Abhängigkeit mit $\beta_{BZ,St} / \beta_{D,St} \cong 0{,}09$ ablesen. Da die Verhältnisse stark streuen, ist es für den praktischen Gebrauch ratsam, das wirklich verwendete Material zur Analyse heranzuziehen. Für künstliche Steine gibt SCHUBERT [29] diese Verhältniswerte für Mauerziegel, Kalksand- und Betonsteine für heute gebräuchliche Formate an. Im Vergleich mit Vollsteinen differieren die Verhältniswerte kaum.

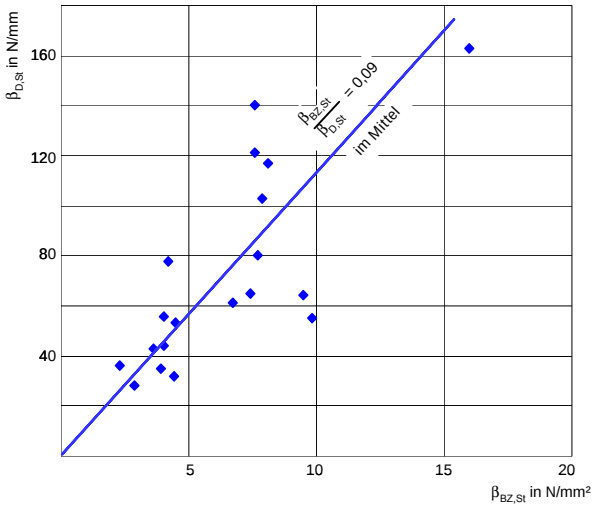


Bild 47 Verhältnis Druckfestigkeit zur Biegezugfestigkeit für Sandstein nach Anlage 8.2

Mehrachsige Festigkeiten

Für Postaer Sandstein finden sich in der Literatur nur wenige Versuchsergebnisse bei mehrachsiger Beanspruchung. Die Versuchskurven aus Bild 48 sind dem Bericht [60] entnommen. Gegenüber Metallen wie zum Beispiel Stahl St37 ist Sandstein ein wenig duktiles Material, neigt zum Sprödbruch, was insbesondere die Brucharten bei Druck-Zug Beanspruchung belegen. Unter einem Umschnürungsdruck steigt die Festigkeit stark an, was beim Stahl nicht zu beobachten ist.

Bild 49 zeigt die MOHRschen Spannungskreise im τ - σ Diagramm und die Brucheinhüllende aller Spannungszustände. Die Brucharten für verschiedene Spannungsverhältnisse sind aus den Bildern erkennbar. Unter sehr hohem hydrostatischen Spannungsniveau versagt Sandstein ebenso wie Halit (Steinsalz) mit sehr vielen Gleitflächen. Der Bruchkörper ähnelt einem Faß, dessen Struktur sich völlig zerrüttet darstellt. Bei geringerer Umschnürung versagt der Körper mit Gleitbruch. Die Bruchfläche schließt mit der Hauptdruckspannung den Winkel $\pi/4 - \varphi/2$ ein.

Man erkennt für die Brucheinhüllende aller MOHRschen Spannungskreise eine annähernd lineare Begrenzung für den Druck-Zug-Bereich, der für das Versagen des Steines im Mauerwerk in der Regel maßgebend ist. Auf dieser Grundlage fiel die Wahl auf die Brucheinhüllende nach MOHR-COULOMB. Die Bestimmung der einachsigen Druck- und Zugfestigkeit genügt somit zur Festlegung der Bruchfigur im mehrachsigen Spannungsraum.

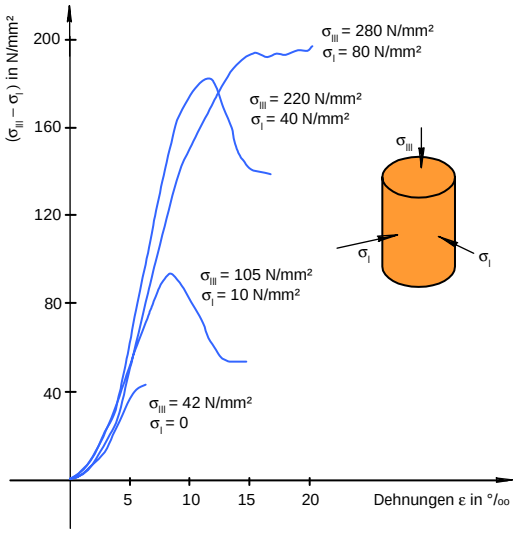


Bild 48 Versuche unter mehrachsiger Druckbeanspruchung für Postaer Sandstein [60]

Benutzt man zur Bestimmung des inneren Reibungswinkels φ und der Kohäsion c die Gleichungen (3.4) und (3.5) mit den einachsigen Festigkeiten von Postaer Sandstein ($\beta_{D,St}$ /$\beta_{Z,St}$ = 40/4 N/mm²), dann bildet sich die Brucheinhüllende mit den Werten φ = 55° und c = 6,34 N/mm².

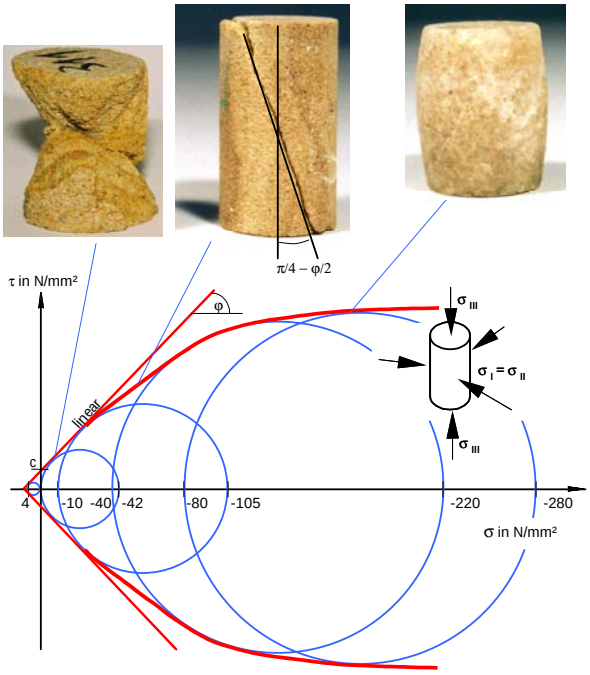


Bild 49 Bruchfläche von Postaer Sandstein mit MOHRschen Spannungskreisen

3.3.1.3 Fließbedingung für Mörtel

Aus Versuchen [21, 24, 61] und umfangreichen Experimenten von BIERWIRTH [30] lassen sich viele Rückschlüsse auf das Materialverhalten von Mörtel unter mehrachsiger Beanspruchung ziehen. Besonders wichtig ist die Eigenschaft körniger Materialien, daß mit zunehmendem Umschnürungsdruck σ_R – oder hydrostatischem Spannungszustand – die Bruchspannung $\sigma_{V,U}$ wesentlich zunimmt. Gerade dieses Verhalten ermöglicht dem Lagerfugenmörtel, weit über der einachsigen Druckfestigkeit liegende Spannungen zu übertragen. Dies gilt allerdings nicht für Material mit Leichtzuschlagstoffen, da diese unter zunehmendem Umschnürungsdruck zusammenbrechen und keine Laststeigerung zulassen (Bild 50).

Deutlich ist eine Neigung der Bruchkurven von Normalmörtel gegenüber der hydrostatischen Achse ersichtlich. Für Mörtelgruppe IIa und III ist der Anstieg der Kurven gleich, wonach mit zunehmendem Umschnürungsdruck im Verhältnis gesehen, gleiche Festigkeitssteigerungen des Normalmörtels folgen. Die Festigkeitszunahme von Normalbeton [62] und Postaer Sandstein [60] ist im Vergleich dazu annähernd doppelt so groß. Die schwach gekrümmten Bruchkurven vom Mörtel werden im weiteren linearisiert. Für sehr weichen Mörtel ist ein größerer Anstieg der Festigkeit bei steigendem Umschnürungsdruck vorstellbar. BIERWIRTH argumentiert dazu folgendermaßen: Bei losem trockenem Sand, der keine Zugfestigkeit besitzt, wird unter zunehmendem Umschnürungsdruck die Festigkeit mehr steigen als beim von vornherein festeren Mörtel MG III. Leider fehlen bislang entsprechende Bestätigungsversuche dieser Annahme.

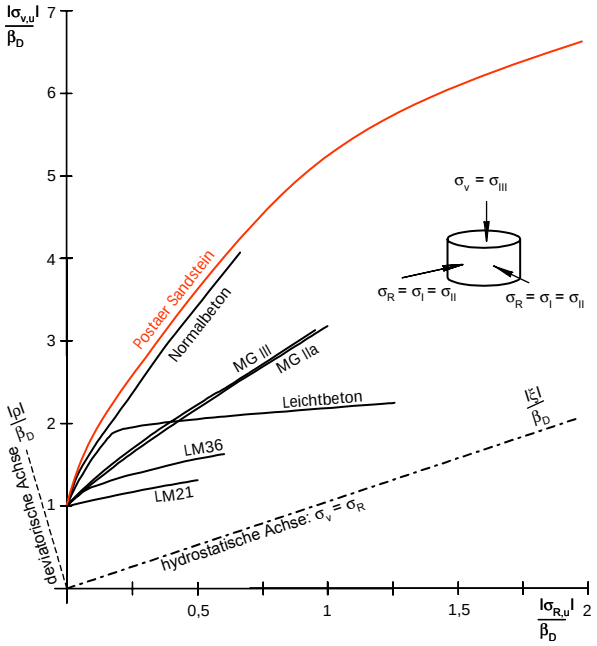


Bild 50 Festigkeiten in Abhängigkeit vom hydrostatischen Spannungszustand [30]

Bei der folgenden Berechnung gilt für alle Normalmörtel der gleiche Festigkeitszuwachs bei steigendem Umschnürungsdruck. Der innere Reibungswinkels von φ = 20° ergibt sich aus nachfolgenden Beziehungen:

Mit $\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}$

(3.8)

$$\frac{\sigma_I}{|\beta_{Z,Mö}|} - \frac{\sigma_{III}}{|\beta_{D,Mö}|} = 1$$

(3.9)

$$\beta_{D,Mö} = -\frac{2 \cdot \cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \cdot c$$

(3.10)

$$\beta_{Z,Mö} = \frac{2 \cdot \cos\varphi}{1 + \sin\varphi} \cdot c$$

(3.11)

$$\sigma_I \cdot \frac{1 + \sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} - \sigma_{III} \cdot \frac{1 - \sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} = 1$$

Aus Bild 50 entnimmt man die Wertepaare der linearisierten Mörtelkurve ($\beta_{D,Mö}$ positiv einsetzen):

1) $$\frac{|\sigma_I|}{\beta_{D,Mö}} = 0 \qquad \frac{|\sigma_{III}|}{\beta_{D,Mö}} = 1 \qquad \text{in (3.11)}$$

$$-\beta_{D,Mö} \cdot \frac{1-\sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} = 1$$

2) $$\frac{|\sigma_I|}{\beta_{D,Mö}} = 1 \qquad \frac{|\sigma_{III}|}{\beta_{D,Mö}} = 3 \qquad \text{in (3.11)}$$

$$\beta_{D,Mö} \cdot \frac{1+\sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} - 3 \cdot \beta_{D,Mö} \cdot \frac{1-\sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} = 1$$

1) in 2) eingesetzt liefert:

$$\beta_{D,Mö} \cdot \frac{1+\sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} - 3 \cdot \beta_{D,Mö} \cdot \frac{1-\sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi} = -\beta_{D,Mö} \cdot \frac{1-\sin\varphi}{2 \cdot c \cdot \cos\varphi}$$

und nach φ aufgelöst;

$$\varphi = 19{,}47° \approx 20°; \quad c = \beta_{D,Mö} \cdot \frac{1-\sin\varphi}{2 \cdot \cos\varphi}$$

mit $\varphi = 20°$ folgt $c = 0{,}3535 \cdot \beta_{D,Mö}$

Die Werte zur Kohäsion c und innerem Reibungswinkel φ beinhaltet Tabelle 3.5 für die Berechnung mit unterschiedlichen Mörteldruckfestigkeiten nach Gleichung (3.9):

c in N/mm²	***φ in °***	***$\beta_{D,Mö}$ in N/mm²***	***Mörtelgruppe nach DIN 1053***
0,05	20	0,14	MG I
0,2	20	0,57	MG I
0,4	20	1,14	MG I
0,6	20	1,71	MG I
1,0	20	2,86	MG II
2,0	20	5,71	MG II
3,0	20	8,57	MG IIa

Tabelle 3.5 einachsige Druckfestigkeit aus Kohäsion und innerem Reibungswinkel ermittelt

Ähnliche Werte schlägt EBNER [27] für Luft- und Wasserkalkmörtel unterschieden nach Anteilen der hydraulischen Phasen des Bindemittels vor:

Mörtelart	Anteil hydraulischer Phasen	c in N/mm²	φ in °	$\beta_{D,Mö}$ in N/mm²
Luftkalk	< 10%	0,31	15	0,8
Wasserkalk	10...25%	0,71	19,5	2,0

Tabelle 3.6 Kohäsion und innerer Reibungswinkel für weiche Mörtel [27]

Die Spannungsverteilung in der Mörtelfuge unter zentrischer Belastung der Wand zeigt Bild 51 mit dem verwendeten Finite Elemente Modell für Mörtelfestigkeiten von $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm² und 5,71 N/mm². Jeder Punkt steht auf unterschiedlichem Spannungsniveau und unter anderem Spannungsverhältnis σ_V / σ_R. Der Mittelbereich der Lagerfuge ist mit etwa 30% der Vertikaldruckspannung umschnürt, während auf den Fugenrandbereich kein Umschnürungsdruck wirken kann. Die größere Lasteinschnürung bei weichem Fugenmörtel bewirkt eine stärker konzentrierte Teilflächenpressung auf den Stein. Geringere Bruchlast ist die Folge im Gegensatz zu Mauerwerk mit festerem Mörtel.

Die eingezeichneten Kreise berechneter Spannungen liegen im τ - σ - Diagramm größtenteils außenhalb der COULOMBschen Gerade. Dies liegt daran, daß das verwendete DRUCKER-PRAGER-Modell mit der hexagonalen Einhüllenden nach MOHR-COULOMB nur an den Druckmeridianen übereinstimmt und alle anderen Spannungsbereiche nach Bild 38 differieren.

σ_y [N/mm²]	σ_x [N/mm²]	σ_x/σ_y	Stelle	σ_x/σ_y	σ_y [N/mm²]	σ_x [N/mm²]
-18,76	-7,13	0,38	1	0,27	-20,60	-5,53
-18,49	-7,03	0,38	2	0,26	-20,41	-5,37
-16,90	-6,29	0,37	3	0,25	-19,67	-4,86
-13,85	-5,01	0,36	4	0,23	-17,94	-4,21
- 7,01	-2,11	0,30	5	0,19	-14,83	-2,80
- 1,14	0	0	6	0	- 8,85	0

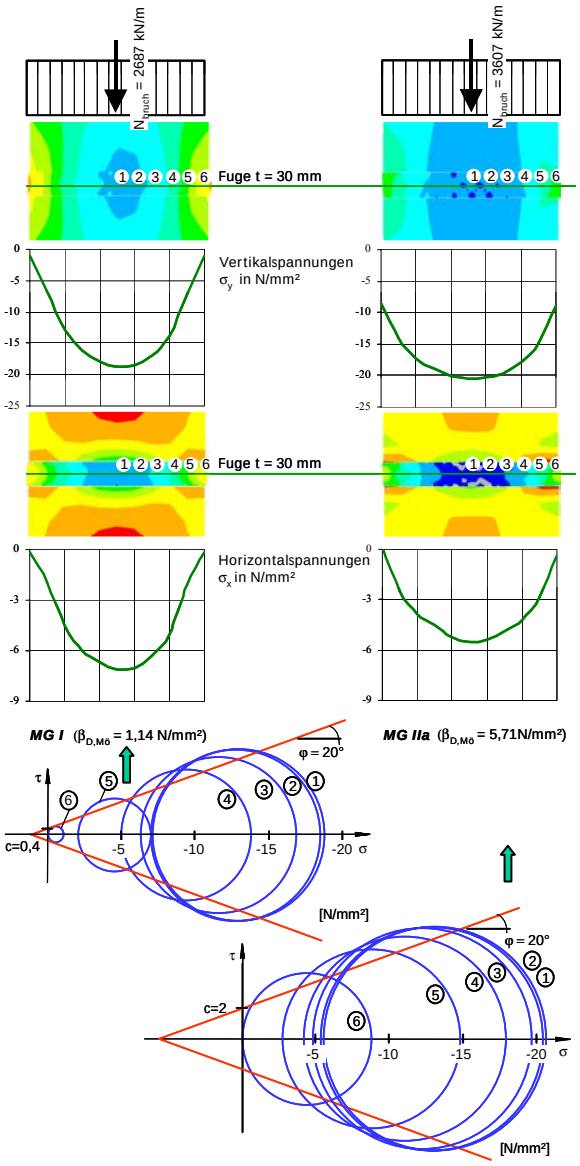


Bild 51 Spannungsverteilung in der Mörtelfuge mit zugehörigen MOHRschen Kreisen nach FE-Berechnung

Elastische Eigenschaften des Mörtels im mehrachsigen Spannungszustand [30] zeigen Bild 52 und Bild 53 für den Elastizitätsmodul E und die Querdehnzahl μ am Beispiel des Normalmörtels MG IIa. Bei einem Spannungsniveau von 70% der Bruchlast ($\sigma_V/\sigma_{V,u}$ = 0,7) wird die geringe Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom Spannungsverhältnis – Umschnürungsdruck zu Vertikalspannung (σ_R/σ_V) – deutlich. Für alle Spannungszustände soll im folgenden ein konstanter Elastizitätsmodul gelten. Die Querdehnzahl bleibt ebenfalls ein annähernd konstanter Wert mit μ = 0,2 unabhängig vom herrschenden Spannungszustand. Diese Annahme bestätigen Versuche von KHOO/ HENDRY [61] nach Bild 54. Die Querdehnzahlen sind für die Spannungsverhältnisse ergänzt.

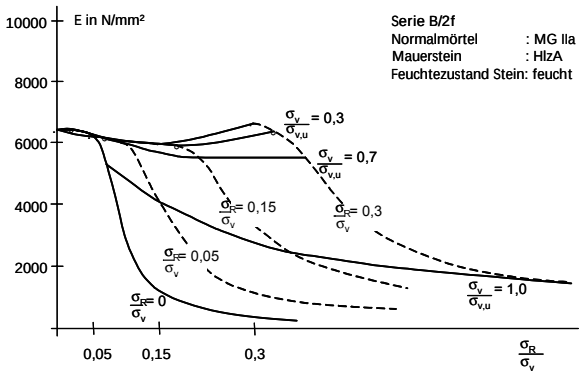


Bild 52 Elastizitätsmodul des Normalmörtels MG IIa [30]

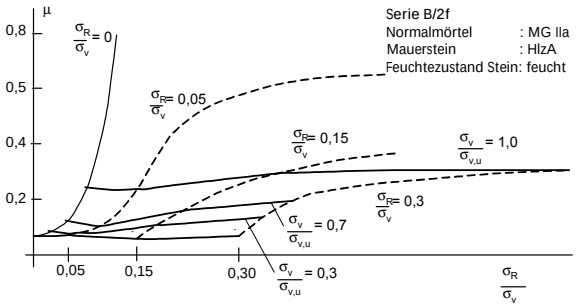


Bild 53 Querdehnzahl des Normalmörtels MG IIa [30]

Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Mörtels unter einachsiger Druckbeanspruchung, ermittelt an verschiedenen Körperformen und –größen [63], bilden den Ausgangspunkt der Materialuntersuchung. In den Formfaktoren ist der laststeigernde Einfluß der Endflächenreibung aus der Prüfkörperhalterung bei gedrungenen Proben bereits berücksichtigt. Die Formfaktoren bilden die Voraussetzung zum Beurteilen von Natursteinmauerwerk aus festem Bruchstein, wo ausschließlich Mörtelversagen als Bruchursache auftritt. Diese Erkenntnisse flossen in die Berechnungsformel von MANN [23] ein. Neuere Ergebnisse zu Formfaktoren im Zusammenhang mit dem Wiederaufbau der Frauenkirche zu Dresden finden sich bei JÄGER [59]. Allerdings geben Bruchspannungen im mehrachsigen Spannungsraum genauere Auskunft zu Festigkeitseigenschaften des Mörtels im Mauerwerk. Der damit verbundene große Prüfaufwand ist in der Praxis nur für besondere Fälle zu rechtfertigen.

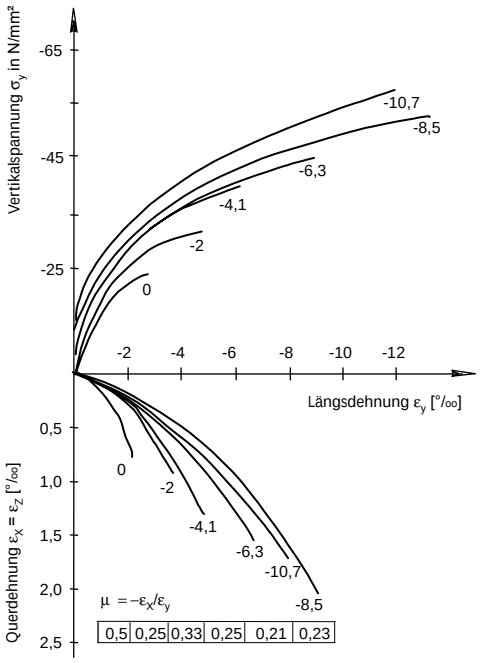


Bild 54 Spannungs-Dehnungs-Linien für Mörtel bei verschiedenen Querdrücken [61]

Gewählte Fließregel

Erfüllt eine beliebige Spannungskombination die Fließbedingung, so ist die Wahl von assoziierter beziehungsweise nichtassoziierter Fließregel von der Volumendehnung bei plastischem Fließen (Dilatation) abhängig.

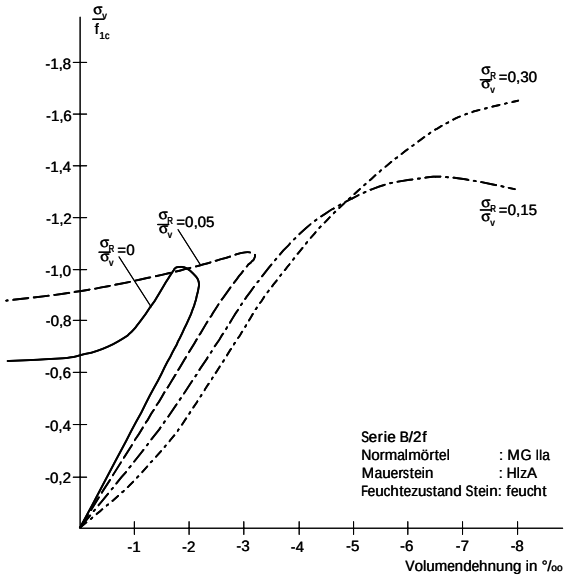


Bild 55 Volumendehnung des Normalmörtels MG II [30]

Bild 55 zeigt, daß sich bei einem Umschnürungsdruck von bis zu 5% der Vertikalspannungen positive Volumendehnungen einstellen; das Gesamtvolumen vergrößert sich auch durch ausgeprägte Rißbildung. Ab 15% Umschnürungsdruck sind keine Volumendehnungen ablesbar. Nach Bild 51 befindet sich der größte Bereich der Mörtelfuge unter höherem Umschnürungsdruck als 5%; deshalb wird im weiteren in allen Fugenbereichen keine Volumendehnung bei plastischem Fließen berücksichtigt und mit dem Dilatationswinkel $\psi = 0$ gerechnet.

3.3.2 Modell mit finiten Elementen und Berechnung

3.3.2.1 System und Lasteinleitung

Für die Berechnung des Mauerwerks wurde mit Hilfe der Finiten Elemente Methode ein Modell erstellt, worin wesentliche Geometrie- und Materialparameter beliebig wählbar sind. Bild 56 zeigt einen modellierten Vertikalschnitt zur Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit. Nach Vernetzen von Stein und Mörtel mit Scheibenelementen im ebenen Verzerrungszustand [42] und unterschiedlicher Netzdichte verknüpfen Kontaktelemente die Knoten an den Fugengrenzen zwischen Stein und Mörtel, so daß dort lediglich Druckspannungen und horizontale Reibungskräfte übertragbar sind und sich eine gerissene Zugzone einstellen kann. Die Abmessungen der Steine sind ebenso wählbar wie die Fugendicke und -form sowie die Festigkeitswerte von Stein und Mörtel.

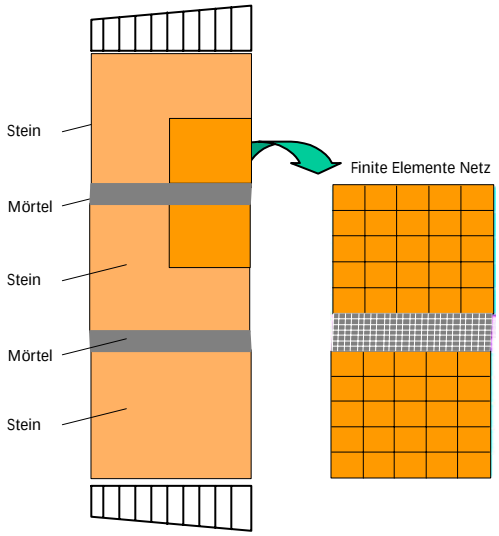


Bild 56 Finite Elemente Modell des Mauerwerkquerschnitts mit Ausschnitt der Vernetzungsdichte

Andere Autoren [16, 64 und 65] untersuchen zusätzlich das Rißverhalten und streuende Materialeigenschaften auf die Tragfähigkeit. Die zuvor beschriebenen Versuche [8] zeigen ein ausgeprägtes Sprödbruchverhalten, wonach das Rißverhalten vor dem Bruchzustand bei der Modellbildung mit finiten Elemente unberücksichtigt bleibt. Die Materialeigenschaften von Stein und Mörtel sollen in der gesamten Wand konstant sein. Diese Festlegung wird im Hinblick auf folgende Stabilitätsun-

tersuchungen getroffen, um die benötigte Rechenzeit zur Erstellung der Kurvenscharen in Grenzen zu halten.

Mit dem iterativen Verfahren nach NEWTON-RAPHSON [66] – implementiert im Programmsystem Ansys [42] – ist die nichtlineare Berechnung durchführbar. Ein günstiges Konvergenzverhalten der numerischen Berechnung bietet ein System mit imperfekter Geometrie. Deshalb erhält auch der gedrungene Mauerwerkskörper, bestehend aus drei übereinander stehenden Steinen, für den Mittelstein eine Vorverformung von f_1 = h/300. Die Größe der Vorverformung beeinflußt die Bruchlast erst für schlankere Wände, wie später verschiedene Vorverformungen der Wandebene zeigen.

Die Belastung am Wandkopf bildet eine Streckenlast derart, daß die Resultierende durch die gewünschte Ausmittigkeit verläuft. Die Laststeigerung geschieht dann in kleinen Schritten, um die plastischen Verformungen des Mörtels für jeden Lastschritt gering zu halten. Nach jedem Schritt wird für die Punkte im Stein das Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB für den dreiachsigen Spannungszustand abgefragt und berechnet, ob eine Stelle im Stein die zulässige Spannungskombination überschreitet. Wenn der erste Punkt das Bruchkriterium erfüllt, ist die Bruchlast bestimmt. Aus Versagenspunkt und Spannungsverteilung läßt sich die Versagensart ableiten. Für Sandstein, der zum Sprödbruch neigt und kaum Lastumlagerungen nach Erstrißbildung zuläßt, hat dann der Stein und somit das Mauerwerk die Traglast erreicht. Führt steigende Belastung in der Analyse nicht zum Steinversagen, gilt Versagen mit Gelenkbildung als gefunden, wenn die Lösung nicht konvergiert. Durch das zusätzlich gebildete Gelenk in der Lagerfuge entsteht ein kinematisches System der Wand; ein statisches Gleichgewicht existiert nicht mehr.

Den Mörtel kann man im Sinne der Plastizitätstheorie als fließfähig betrachten. Wenn die Spannungskombination eines Punktes im Mörtel die Fließfläche nach DRUCKER-PRAGER erreicht, bleibt die Spannung konstant und plastische Dehnungen können sich einstellen. Zusätzliche Spannungen bei Laststeigerung lagern sich auf Nachbarbereiche um.

3.3.2.2 Zentrische und exzentrische Belastung

Die meisten rechnerischen Untersuchungen in der Vergangenheit blieben dem zentrisch gedrückten Mauerwerk vorbehalten. Mit Hilfe der Finiten Elemente Methode ermittelten verschiedene Autoren [6, 7, 19, 21, 26 uns 27] die Spannungsverteilung in Stein und Mörtel. BABYLON [26] variiert die Geometriewerte und elastischen Eigenschaften am räumlichen Modell. Unterschiedliche Verhältnisse des Elastizitätsmoduls und der Querdehnzahl ergeben verschiedene Spannungsverteilungen nach Bild 57. Mit elastischen Materialgesetzen ist allerdings keine Bruchlast direkt bestimmbar.

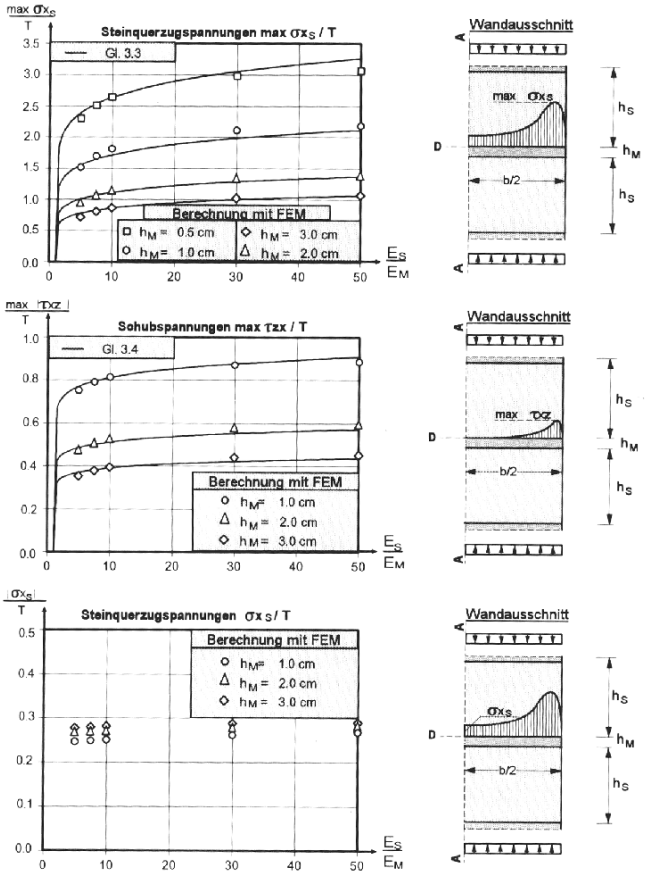


Bild 57 Spannungsverteilung für elastisches Material [26]

Unter exzentrischer Belastung bedürfen die Mörtelfestigkeit und Fugendicke – als wesentliche bruchbestimmende Einflußgrößen – einer genaueren Untersuchung. Die elastischen Kennwerte für Postaer Sandstein und Mörtel sind aus Materialprüfungen [67, 68] entnommen (siehe Tabelle 3.7). Die Verteilungen von Vertikal-, Horizontal- und Schubspannungen bei Quadermauerwerk für Fugendicken von t = 15 mm und einer Steinhöhe h_{St}= 20 cm sind in Bild 58 und Bild 59 für die einachsigen Mörteldruckfestigkeiten $\beta_{D,Mö}$= 1,14 N/mm² und 5,71 N/mm² gezeichnet. Betrachtet ist der Vertikalschnitt in Wandmitte mit einem Stein und den zugehörigen Lagerfugen.

Baustoff	Elastizitätsmodul E in N/mm²	Querdehnzahl μ
Postaer Sandstein	20.000	0,2
Mörtel	2.000	0,2

Tabelle 3.7 Elastische Kennwerte für Postaer Sandstein und Mörtel

Obwohl sich der festere Mörtel bei $\beta_{D,Mö}$ = 5,71 N/mm² mit einem höheren Elastizitätsmodul steifer verhält als Mörtel geringerer Festigkeit, sind für beide Mörteldruckfestigkeiten zum besseren Vergleich bewußt identische Elastizitätsmoduli gewählt worden. Als ausschlaggebender und einziger Parameter unterschiedlicher Spannungsverteilungen bleibt mit dieser Festlegung nur die Mörteldruckfestigkeit.

Nach Bild 58 entziehen sich unter zentrischer Belastung die Fugenrandbereiche der Lastabtragung und können Vertikalspannungen nicht wie beim Fasermodell über die gesamte Fugenbreite gleichmäßig übertragen; vielmehr führt die Lasteinschnürung zu großen Vertikalspannungen in Wandmitte. Wie schon erläutert, trägt der Mörtel im Randbereich Vertikalspannungen etwa gleich der einachsigen Mörteldruckfestigkeit. Dagegen steigen die übertragbaren Vertikalspannungen zur Fugenmitte bis 18 N/mm² stark an. Diese Steigerung gegenüber der einachsigen Festigkeit liegt an der zuvor beschriebenen gleichzeitigen Umschnürungswirkung mit einer Horizontaldruckspannung von etwa 6,5 N/mm². Als Folge der Lasteinschnürung im Fugenbereich resultieren horizontale Querzugspannungen in Steinmitte von annähernd 2 N/mm². Die Verteilung der Vertikal- und Horizontalspannungen über die Steinhöhe sind jeweils in der Lastresultierenden bei e = 0, e = d/6 und e = d/3 angetragen und zur linken Seite ausgeklappt dargestellt.

Die Tragfähigkeit bei verschiedenen Lastausmitten für festeren Mörtel nach Bild 59 bestimmt Steinversagen in den markierten Punkten, wobei an diesen Stellen das Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB erfüllt ist. Für weicheren Mörtel versagt der Mauerwerkskörper lediglich unter zentrischer Belastung mit Steinversagen (siehe Bild 58). Unter exzentrischer Last in erster und zweiter Kernweite bildet sich ein Gelenk in der Lagerfuge und die Tragfähigkeit wird ohne Steinversagen erreicht.

Zur Darstellung der Horizontal- und Schubspannungen im Schnitt sei festgestellt, daß diese am vertikalen Steinrand null sein müßten, was wegen der extrapolierten Ergebnisse aus der Finite Elemente Berechnung nicht berücksichtigt ist.

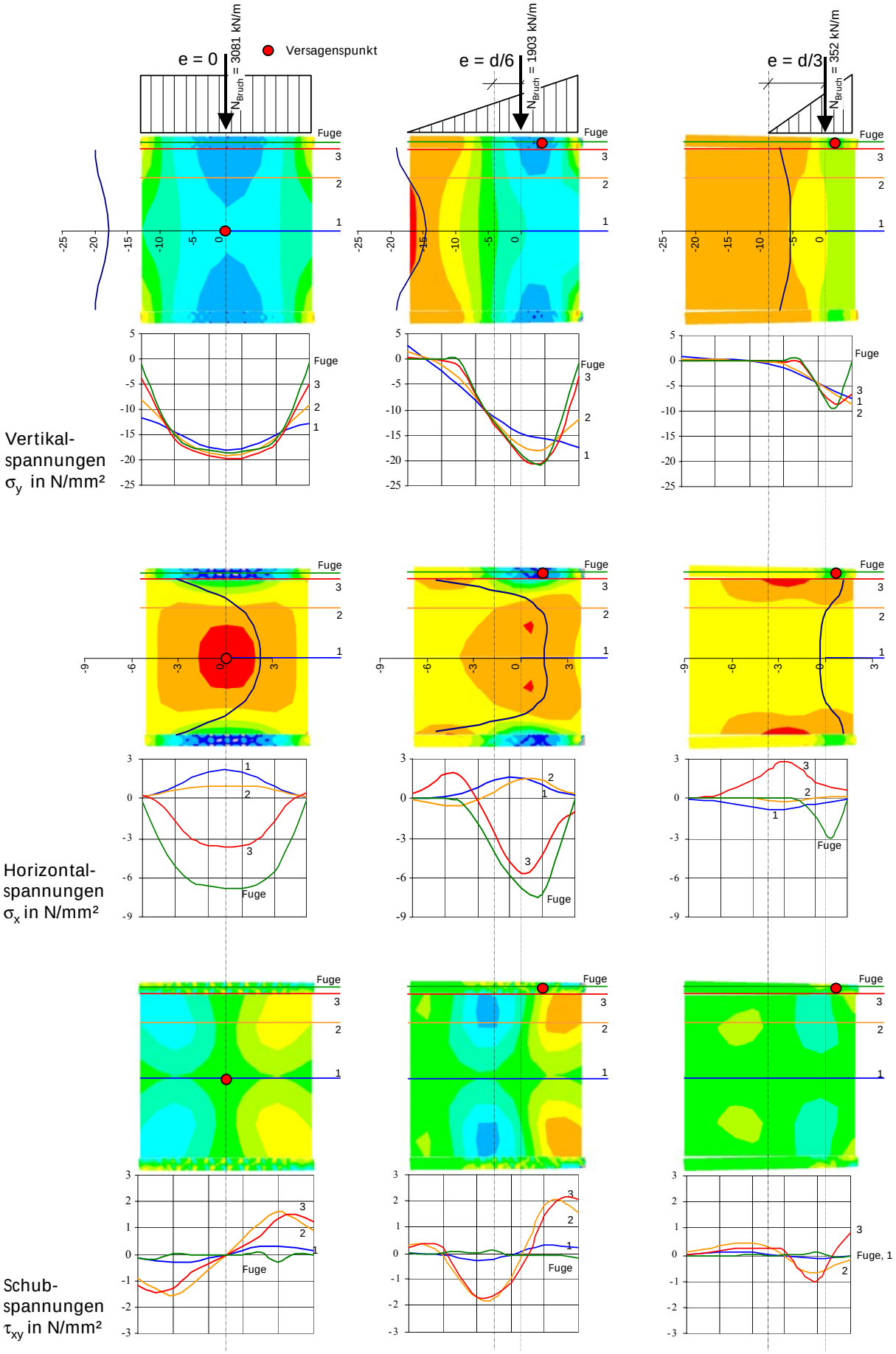


Bild 58 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 1,5 cm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm², Steinformat 20 x 20 cm***

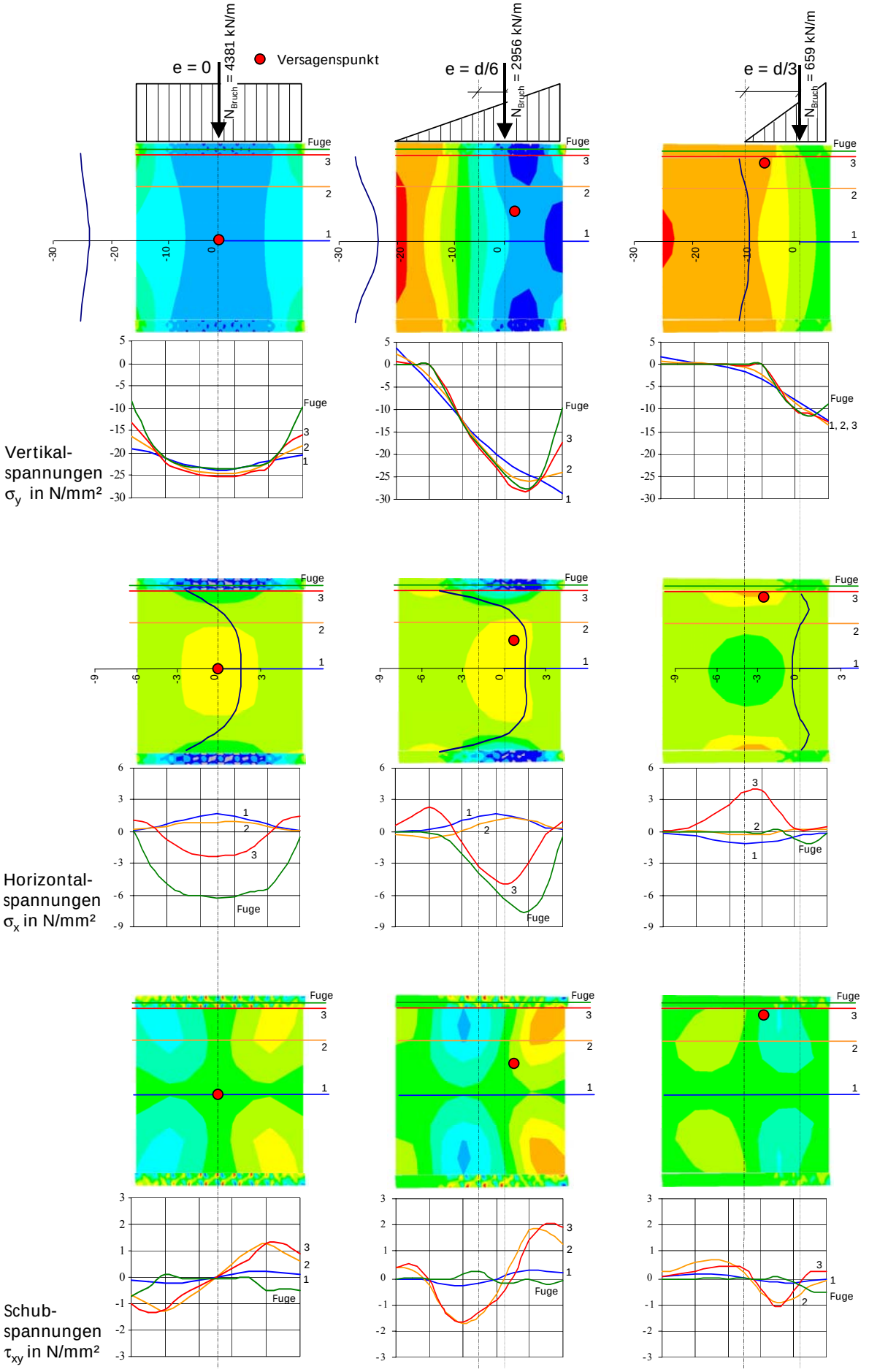


Bild 59 Spannungsverteilung: Fugendicke t = 1,5 cm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 5,71 N/mm², Steinformat 20 x 20 cm

Aus den Diagrammen erhält man auch genauere Erkenntnisse zur klaffenden Fuge. Der Einfluß der Mörtelfestigkeit auf die Klaffungstiefe im Mauerwerksquerschnitt ist schon bei Fugendicken von 15 mm gut zu erkennen. Im Gegensatz zum Fasermodell, wo die Tiefe der Klaffung unter Dreieckslast in erster Kernweite gleich Null ist und in zweiter Kernweite bis Wandmitte reicht, vergrößern sich die Werte bei weichem Mörtel wesentlich und steigen noch mit zunehmender Fugendicke an. Bei ausmittiger Belastung stellen sich in Steinmitte auf der lastabgewandten Seite vertikale Zugspannungen ein, die fast die Zugfestigkeit des Steines erreichen; zugehöriger Bruchzustand nach Bild 12. Weitere Spannungsverteilungen zu Fugendicken von t = 30 mm und 40 mm und Steinhöhen von 10 cm findet man in Anlage 8.3.

In Bild 60 sind exemplarisch am Mauerwerkskörper von d = 20 cm und einer Fugendicke von t = 30 mm die Hauptdruck- und -zugspannungen für den Bruchzustand dargestellt. Die Spannungspfade der Punkte 1 bis 4 bis zur Bruchlast sind in Bild 61 aufgetragen. Der Druck-Zug-Bereich ist zur besseren Übersicht gesondert für die Zugachse gestreckt dargestellt.

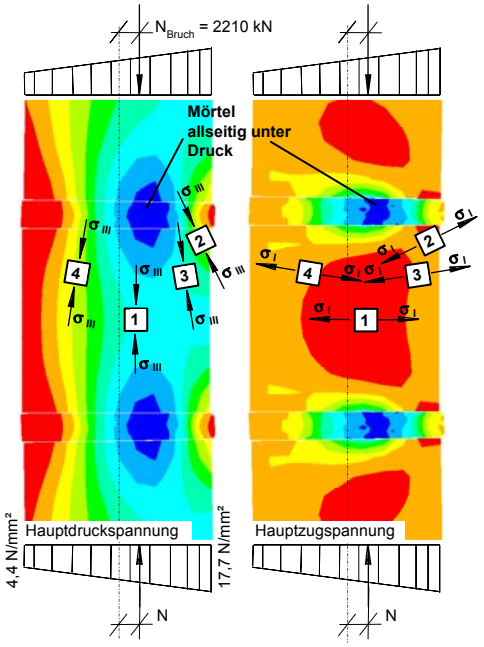


Bild 60 Vertikalschnitt mit Hauptdruck- und Hauptzugspannungen

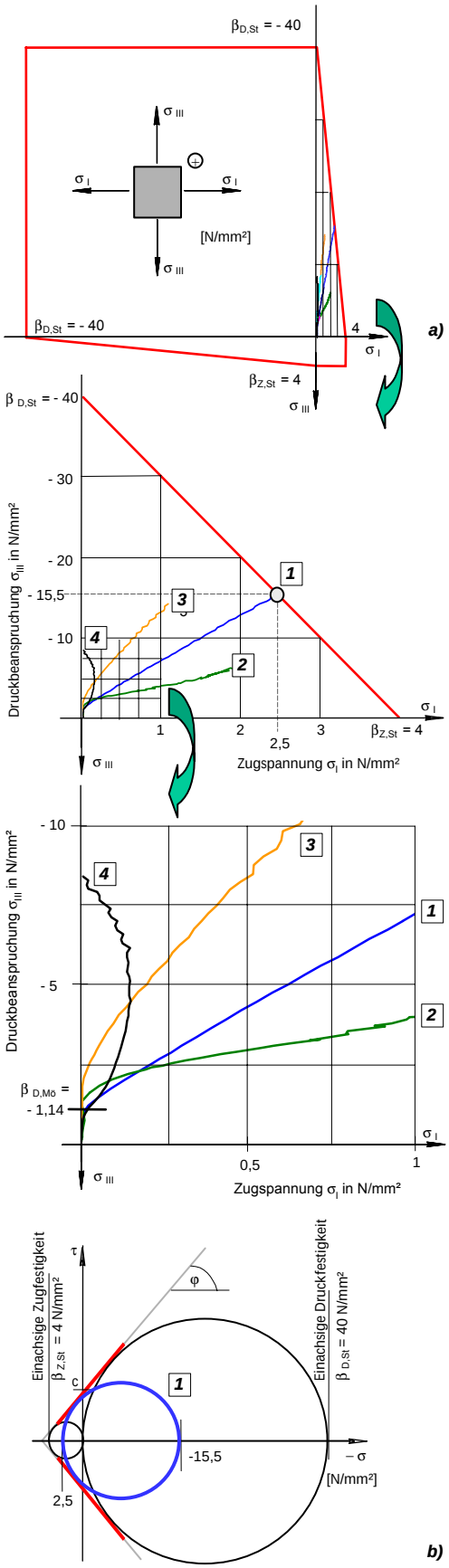


Bild 61 a) Spannungspfade bis zum Bruch; b) Punkt 1 mit MOHRschen Kreisen

Bei Laststeigerung trifft zuerst Punkt 1 im Stein bei einem Hauptspannungsverhältnis von σ_{III} /σ_{I} = -15,5/ 2,5 N/mm² auf die Bruchfläche nach MOHR-COULOMB, womit die Bruchlast erreicht ist. Als Versagensbild würde sich der Spaltzugbruch einstellen, da die Hauptzugspannungen über einen großen Bereich wirken. Im Diagrammausschnitt ist deutlich erkennbar, daß im Stein in den Punkten 1 bis 4 erst dann Zugspannungen entstehen, wenn die Vertikalspannung über der einachsigen Mörteldruckfestigkeit liegt.

Vergleiche der Spannungsverteilung über den Querschnitt mit den am Versuch (Bild 26) gemessenen Dehnungen in horizontaler und vertikaler Richtung zeigt gutes Übereinstimmen beider Kurvenverläufe sowohl für zentrische als auch exzentrische Belastung. Unter zentrischer Belastung wirken in Steinmitte die größten Spannungen und Dehnungen für vertikale und horizontale Beanspruchung des Steines.

Ergebnisse nach Finiter Elemente Berechnung

3.3.3 Traglasten

3.3.3.1 Traglast in Abhängigkeit von der Mörtelfestigkeit

Das Berechnungsmodell zur Traglastermittlung führt nach einer Serienberechnung zu Traglastkurven, die in Abhängigkeit von der Mörtelfestigkeit für verschiedene Wanddicken, Steinhöhen und Fugendicken in Anlage 8.4 zusammengestellt sind. Beispielhaft zeigt Bild 62 die Bruchlasten für eine Wanddicke von d = 20 cm unter Lastausmittigkeiten von e = 0 bis e = d/2.

Den Kurven der Berechnung mit finiten Elementen sind Versuchsergebnisse von Quadermauerwerk [8] mit zugehöriger Mörteldruckfestigkeit gegenübergestellt. Für die Fugendicke t = 15 mm liegen die Ergebnisse generell und für t = 30 mm teilweise über der numerischen Lösung. Die Ursache liegt darin, daß der Finiten Elemente Lösung eine Steindruckfestigkeit von $\beta_{D,St}$ = 40 N/mm² und Steinzugfestigkeit von $\beta_{Z,St}$ = 4 N/mm² zugrunde liegt. Die tatsächliche Steinfestigkeit bei den Versuchskörpern erreicht Einzelwerte von $\beta_{D,St}$ /$\beta_{Z,St}$ = 64/ 5,25 N/mm². Für die Versagensart Steinversagen müssen damit die Finite Elemente Lösungen unter den Versuchswerten liegen.

In den Diagrammen ist die Ordinate mit gleicher Größe gewählt, wodurch man sofort die Abnahme der Tragfähigkeit bei steigender Fugendicke erkennt. Die Grenze zwischen Steinversagen und Gelenkbildung als Bruchursache ist mit einem Punkt gekennzeichnet. Mit zunehmender Mörtelfestigkeit stellt sich erwartungsgemäß der Gelenkmechanismus erst bei größerer Lastausmitte ein.

Nebenstehende Diagramme zeigen Abminderungsfaktoren Φ, welche auf die Bruchlast bei zentrischer Belastung bezogenen sind. Mit zunehmender Fugendicke und weicherem Mörtel fallen die Verhältnisse gegenüber der vereinfachten Annahme bei rechteckförmigem Spannungsblock beziehungsweise dreieckförmiger Spannungsverteilung weit ab. Dabei sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß im Finite Elemente Modell berücksichtigt ist, daß zwischen Stein und Mörtel keine Zugspannungen wirken. Der starke Abfall für größere Lastausmittigkeiten ist gerade diesem Umstand fehlender Haftzugfestigkeit zwischen Stein und Mörtel geschuldet, die vereinbarungsgemäß nicht angesetzt wird. Experimente [68] am Leichtbetonmauerwerk mit heute gängigem Mörtel zeigen ebenso wie HLz-Mauerwerk mit Verdübelungswirkung des Mörtels in den Hohlräumen größere bezogene Traglasten für große Lastausmitten, da hierbei eine latente Zugfestigkeit vorhanden ist.

h_{St} / d = 20/20 cm	**t = 15 mm**					**t = 30 mm**					**t = 40 mm**
$\beta_{D,St}$ = 50 N/mm²	$\beta_{D,Mö}$ in N/mm²					$\beta_{D,Mö}$ in N/mm²					$\beta_{D,Mö}$
$\beta_{Z,St}$ = 5,25 N/mm²	1,00	2,30	3,25	6,60	7,20	1,00	2,50	3,25	5,30	8,40	2,5
Versuche	5440	5120	-	6600	6000	3600	3860	-	5520	5440	2600
FEM	3800	4280	4517	5156	5396	3181	3981	4281	4381	4571	2700
Hilsdorf [1]	4241	4280	4308	4409	4427	3381	3452	3488	3586	3733	3066
Francis/Horman/Jerrems	8615	7568	7568	7568	7568	7568	7568	7568	7568	7568	7000
Khoo/Hendry	820	1616	2200	4200	4560	988	1976	2452	3740	5720	2120
Schnackers	2449	2458	2465	2488	2492	2296	2315	2325	2352	2392	2229
Mann	1823	4194	5926	12034	13128	936	2339	3041	4959	7860	1786
Ohler	6090	6157	6205	6376	6407	4892	5014	5075	5242	5494	4475
Berndt	4011	4959	4959	4959	5965	2333	3048	3048	3048	3839	1824
Sabha/Pöschel	4544	4839	5055	5817	5953	3042	3477	3694	4289	5187	2995

[1] mit Ungleichförmigkeitsfaktor U_u = 1,75 und m = 2

Tabelle 3.8 Bruchlasten N_y in kN/m von 20 cm dickem Mauerwerksquerschnitt; Vergleich von Experiment, Berechnungsmodellen und Finiter Elemente Lösung

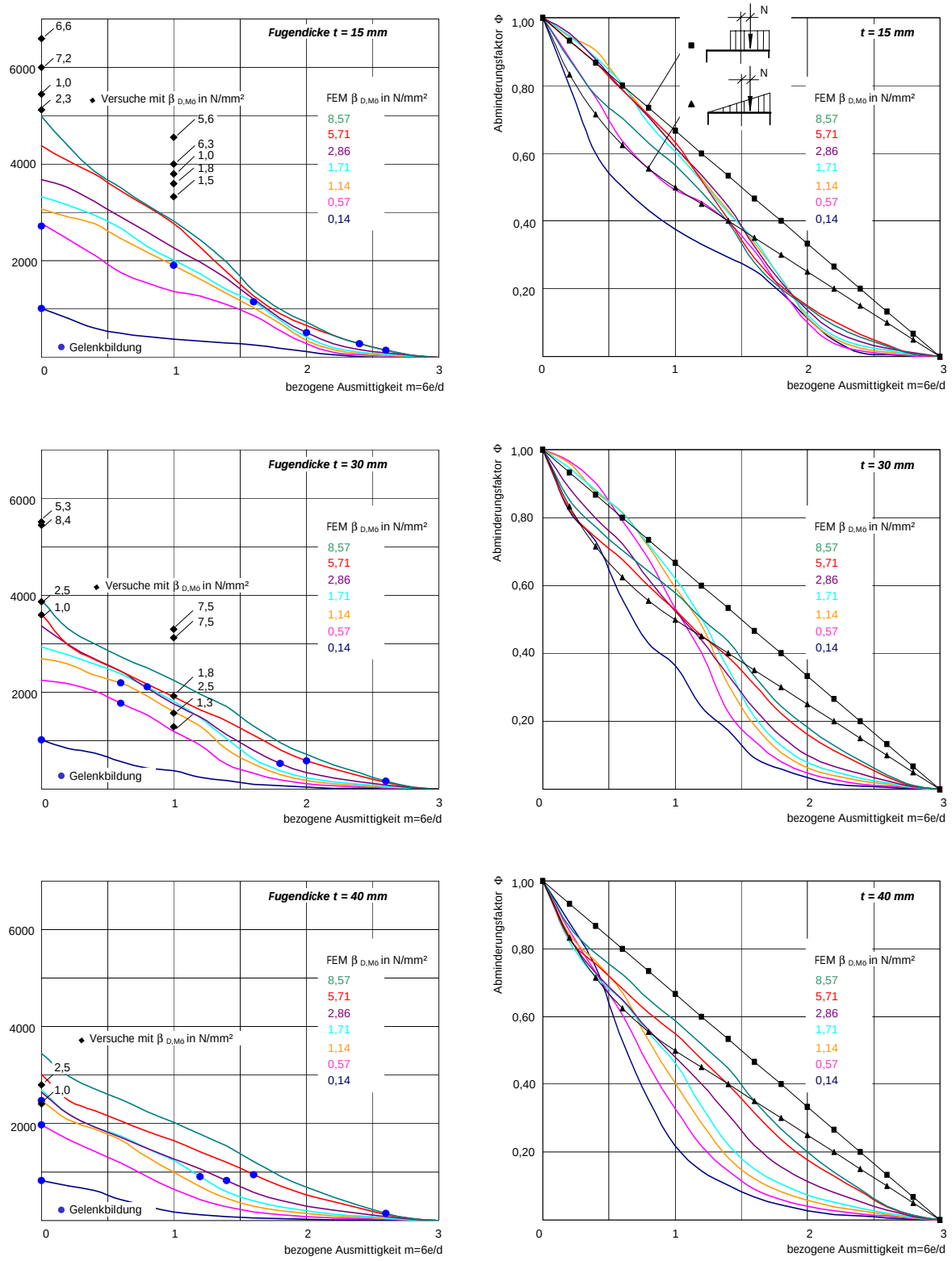


Bild 62 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 20 cm, Steinhöhe h_{st} = 20 cm

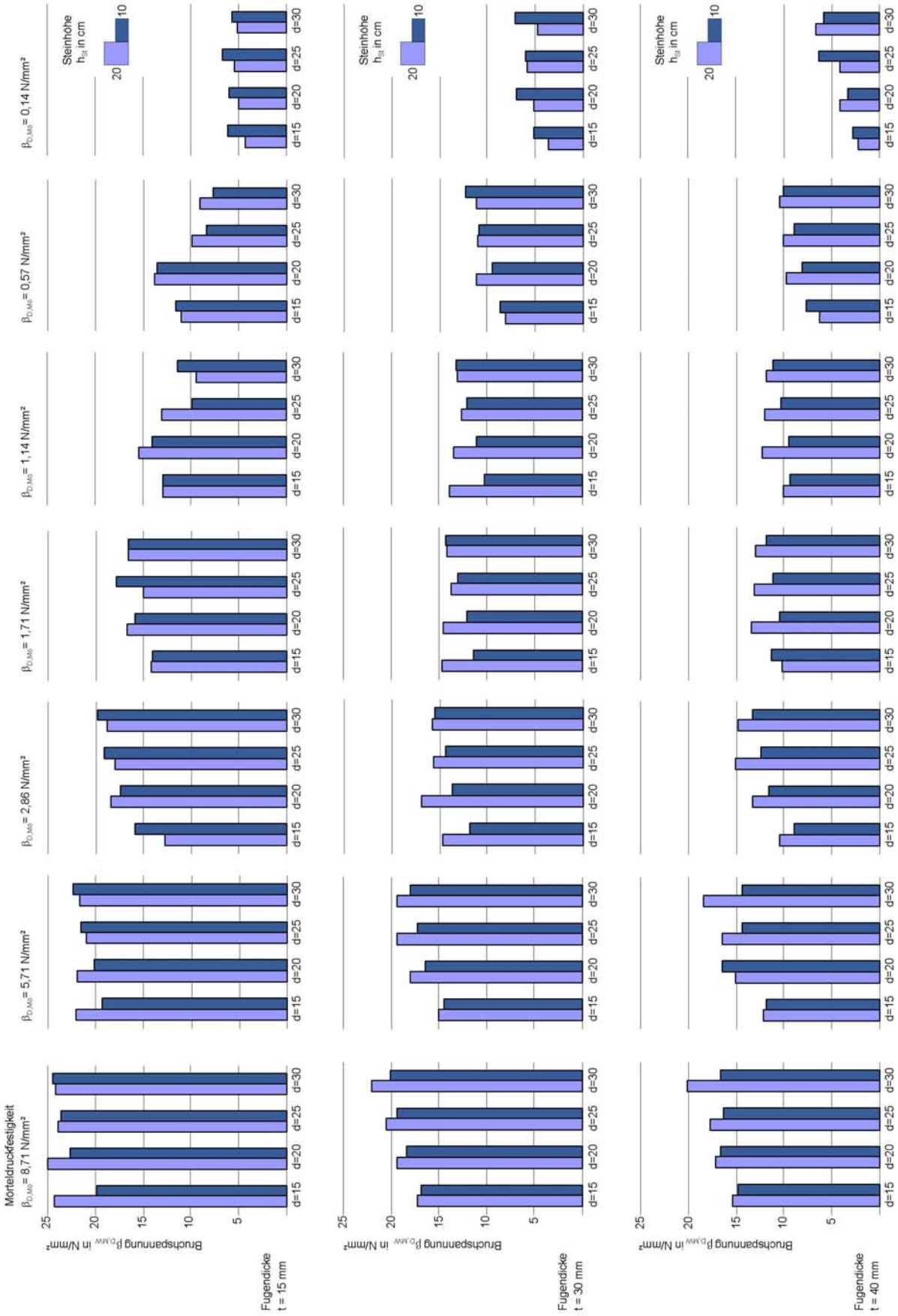


Bild 63 Querschnittstragfähigkeit - Bruchspannungen unter zentrischer Belastung nach Finiter Elemente Methode

Man erkennt für die Fugendicke von t = 30 mm bei festerem Mörtel den anfänglich stärkeren Abfall der Tragfähigkeit, was auf den ersten Blick unverständlich erscheint. Dies ist aber mit dem Umstand erklärbar, daß hierbei zuerst die Spannungen am Steinrand das Bruchkriterium nach MOHR-COULOMB erfüllen und somit rechnerisch die Traglast erreicht ist. In Wirklichkeit läßt sich die Last nach Abplatzen der Steinränder noch um einige Prozent steigern, bevor endgültiges Versagen beispielsweise durch Spaltzugbruch eintritt.

Für zentrische Belastung des Mauerwerks zeigt Bild 63 die Ergebnisse mit Bruchspannungen für verschiedene Wanddicken und Steinhöhen. Erwartungsgemäß fällt bei geringerer Mörtelfestigkeit die Bruchspannung ebenso wie für größere Fugendicken ab. Analytische Ergebnisse bestätigen genannte Tendenzen (Tabelle 3.8). Im allgemeinen erträgt Quadermauerwerk größere Bruchspannungen als Schichtenmauerwerk mit flacheren Steinen; die experimentelle und analytische Bestätigung findet man in [69]. Die Steinhöhe beeinflußt die Bruchspannung nur in wenigen Fällen bis zu 25%.

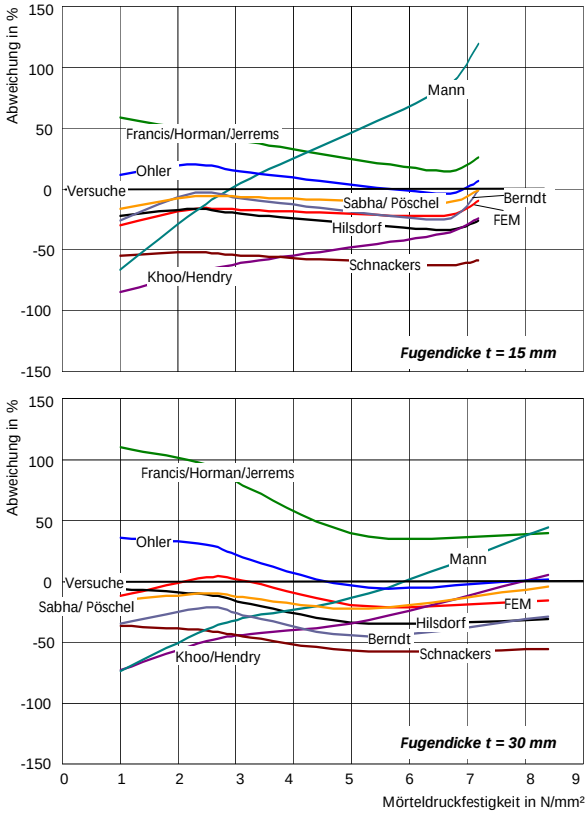


Bild 64 prozentuale Abweichung der Lösungen vom Versuchsergebnis

Die Güte der Berechnungsmethoden in prozentualer Abweichung zu ausgewählten Versuchsergebnissen verdeutlicht Bild 64. Obwohl die Versuchsergebnisse gewissen Streuungen unterworfen sind, sollen diese als Maßstab des Vergleichs dienen. Unter Berücksichtigung verschiedener Mörtelfestigkeiten und Fugendicken von t = 15 und 30 mm erlauben die Berechnungsmodelle nach HILSDORF, BERNDT und SABHA ebenso wie das entwickelte Finite Elemente Modell eine sichere Berechnung der Tragfähigkeit. Die Ergebnisse mit den Formeln nach FRANCIS/ HORMAN/ JERREMS und OHLER überschätzen die Tragfähigkeit, während das Modell nach SCHNACKERS die Tragfähigkeit mit zirka 50% unterbewertet. Mit den Modellen nach KHOO/ HENDRY und MANN liegen für weiche Mörtel die Berechnungen weit auf sicherer Seite, wogegen für festeren Mörtel mit dem Modell nach MANN zu große Traglasten zugelassen werden. Für die Fugendicke von t = 40 mm bestätigen sich diese Feststellungen.

Einfluß der Dilatation auf die Bruchlast

Die Dilatation, also die Volumendehnung bei plastischem Fließen, läßt sich im Berechnungsmodell mit der Fließregel über den Dilatationswinkel ψ berücksichtigen. Obwohl Versuche von BIERWIRTH [30] keine wesentliche Volumendehnung beim Normalmörtel MG IIa zeigen, wird ein möglicher Einfluß auf die Bruchlast untersucht.

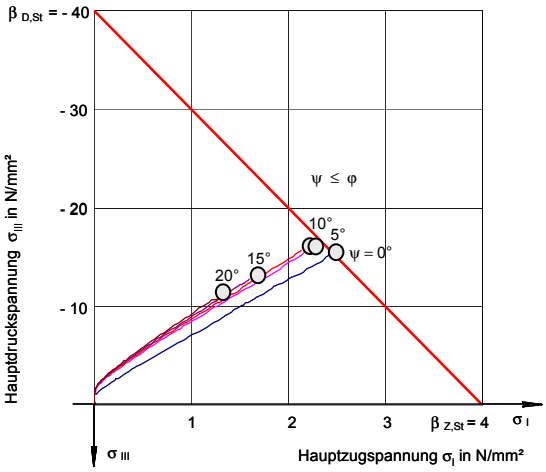


Bild 65 Spannungspfade der Versagenspunkte im Stein in Abhängigkeit vom Dilatationswinkel für den Mörtel

Für den Standardfall des Quadermauerwerks – Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 30 mm und Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm² – sind die Spannungspfade in Steinmitte verschiedener Dilatationswinkel von ψ = 0°, 5°, 10°, 15° und 20° in Bild 65 dargestellt. Wie bereits erläutert, liegt der theoretisch mögliche Winkel ψ im Bereich von 0° bis zum inneren Reibungswinkel φ < 20°. Die zugehörigen Bruchlasten sind im Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Bild 66 beziffert, woraus sich nur eine geringe Abhängigkeit vom Dilatationswinkel im Bereich von ψ = 0 bis 10° ergibt. Aus dem Diagramm läßt sich überprüfen, daß bei steigendem Dilatationswinkel – und somit einer größeren Volumendehnung bei

plastischem Fließen – geringere Gesamtstauchungen folgen. Ein steilerer Anstieg der Spannungs-Dehnungslinien ist die Folge.

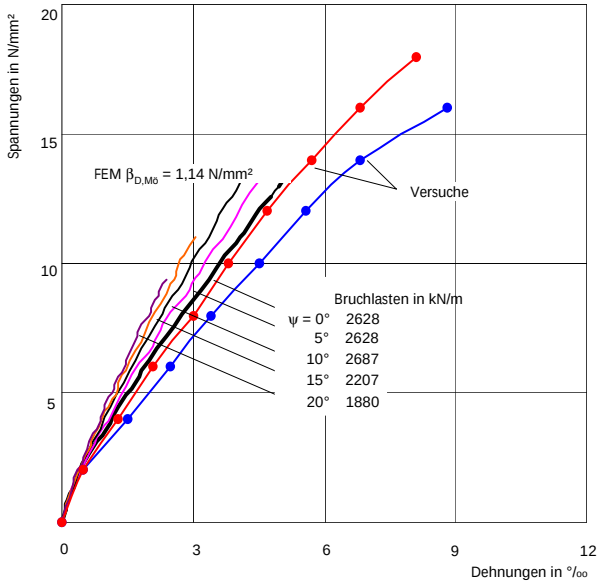


Bild 66 Spannung-Dehnungslinien der Mauerwerkskörper in Abhängigkeit vom Dilatationswinkel für den Mörtel mit Bruchlasten

3.3.3.2 Traglast in Abhängigkeit von der Steinfestigkeit

Für die Versagensart Steinversagen sei an einem Beispiel der Einfluß von Steindruck- und Steinzugfestigkeit auf die Bruchlast erläutert. Dazu soll der Standardfall des Quadermauerwerks dienen.

Unter Lastzunahme streben die Spannungen im Stein, wie bereits erläutert, gegen die Bruchfläche im Hauptspannungsraum nach MOHR-COULOMB. In Bild 69 sind zugehörige Spannungspfade an ausgezeichneten Punkten für unterschiedliche Steinfestigkeiten dargestellt. Da sich der Stein bis zum Bruch elastisch verhält, sind die Spannungspfade für beide Fälle gleich. Einziger Unterschied ist, daß die verschiedenen Bruchflächen die Spannungspfade unterschiedlich begrenzen. Das gewählte Beispiel mit annähernd gleichen Bruchlasten von 2687 kN/m und 2527 kN/m verdeutlicht den großen Einfluß der Steinzugfestigkeit auf die Bruchlast. Die Steindruckfestigkeit allein liefert keine sichere Aussage zur Größe der Versagenslast.

Wählt man anstelle der Brucheinhüllenden nach MOHR-COULOMB eine Bruchfigur mit gekrümmten Meridianen – beispielsweise nach WILLAM-WARNKE – dann steigen die Bruchlasten nur unwesentlich, da der Versagenspunkt im Stein in der Regel im Druck-Zug-Bereich liegt.

Für verschiedene Steinfestigkeiten zeigt Bild 67 die Traglastkurven für den gewählten Standardfall vom Quadermauerwerk. Die Steinfestigkeit für häufig vorkommende Festigkeitsbereiche vom Naturstein beeinflußt nur bis Lastausmitten zur ersten Kernweite die Bruchlast. Bei gewählter Mörtelfestigkeit von $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm² ist bei der Fugendicke t = 30 mm dann die Versagensart durch Gelenkbildung bestimmt und die Festigkeit des Steines ist nicht maßgebend. Zum Vergleich sind Versuchsergebnisse mit geringer Mörteldruckfestigkeit eingetragen. Die sehr gute Übereinstimmung von Experiment und Finite Elemente Modell ist auch für den zentrischen Druckversuch erkennbar, wenn man die tatsächliche Steinfestigkeit von $\beta_{D,St}$ / $\beta_{Z,St}$ = 64/ 5,25 N/mm² berücksichtigt. Für die Belastung in zweiter Kernweite erkennt man in Bild 68 bei Natursteinmauerwerk den starken Abfall der Ergebnisse gegenüber den Annahmen bei rechteck- und dreieckförmiger Spannungsverteilung.

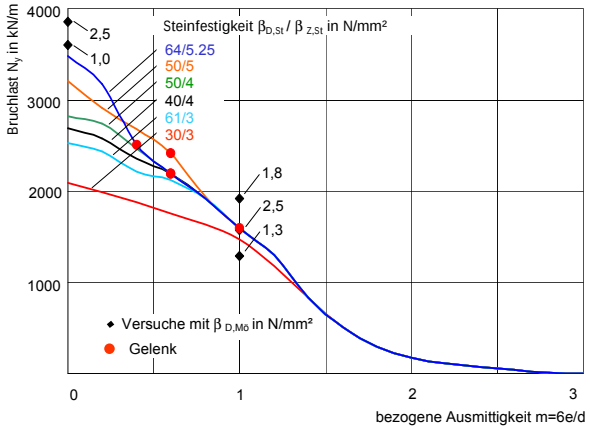


Bild 67 Traglastkurven in Abhängigkeit von der Steinfestigkeit

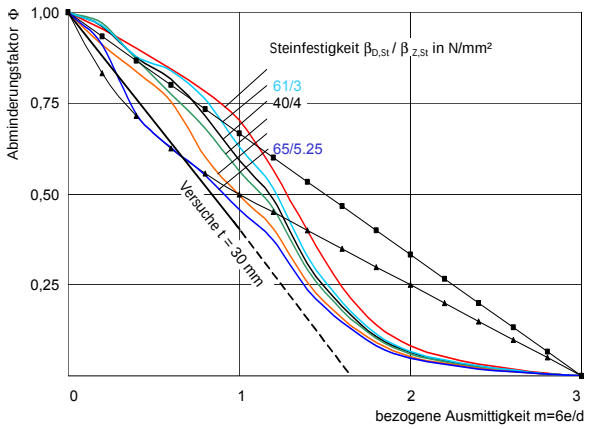


Bild 68 Abminderung in Abhängigkeit von der Steinfestigkeit

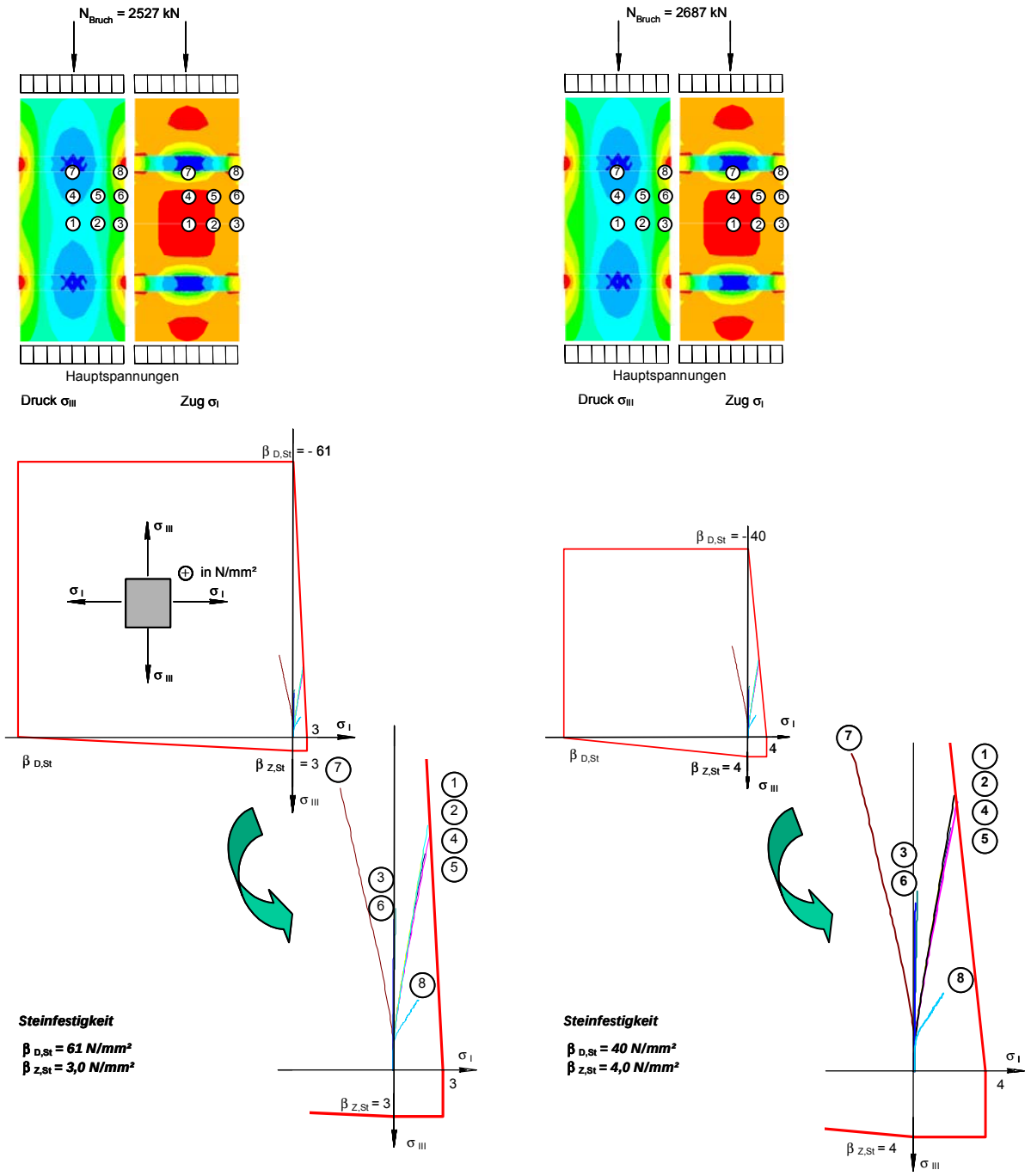


Bild 69 Spannungspfade bis zum Bruch für zwei Steinfestigkeiten

3.3.3.3 Traglast in Abhängigkeit von der Fugendicke

Aus den unter Punkt 3.4.1.1 gezeichneten Kurven zur Traglast in Abhängigkeit von der Mörtelfestigkeit sind in Bild 70 die Kurven mit den Fugendicken von t = 15; 30 und 40 mm jeweils für die Mörtelfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 und 5,71 N/mm² zusammengefaßt. Deutlich ist die größere Tragfähigkeit bei dünnerer Fuge erkennbar; der Unterschied besteht aber nur bis zur Lastausmitte in zweiter Kernweite. Mit dem Finite Elemente Modell bestätigen die Abminderungsfaktoren Φ charakteristische Abminderungen nach den Versuchen aus Bild 6 und Bild 7, die gemeinsam mit Fugendicke und Mörteldruckfestigkeit eingetragen sind.

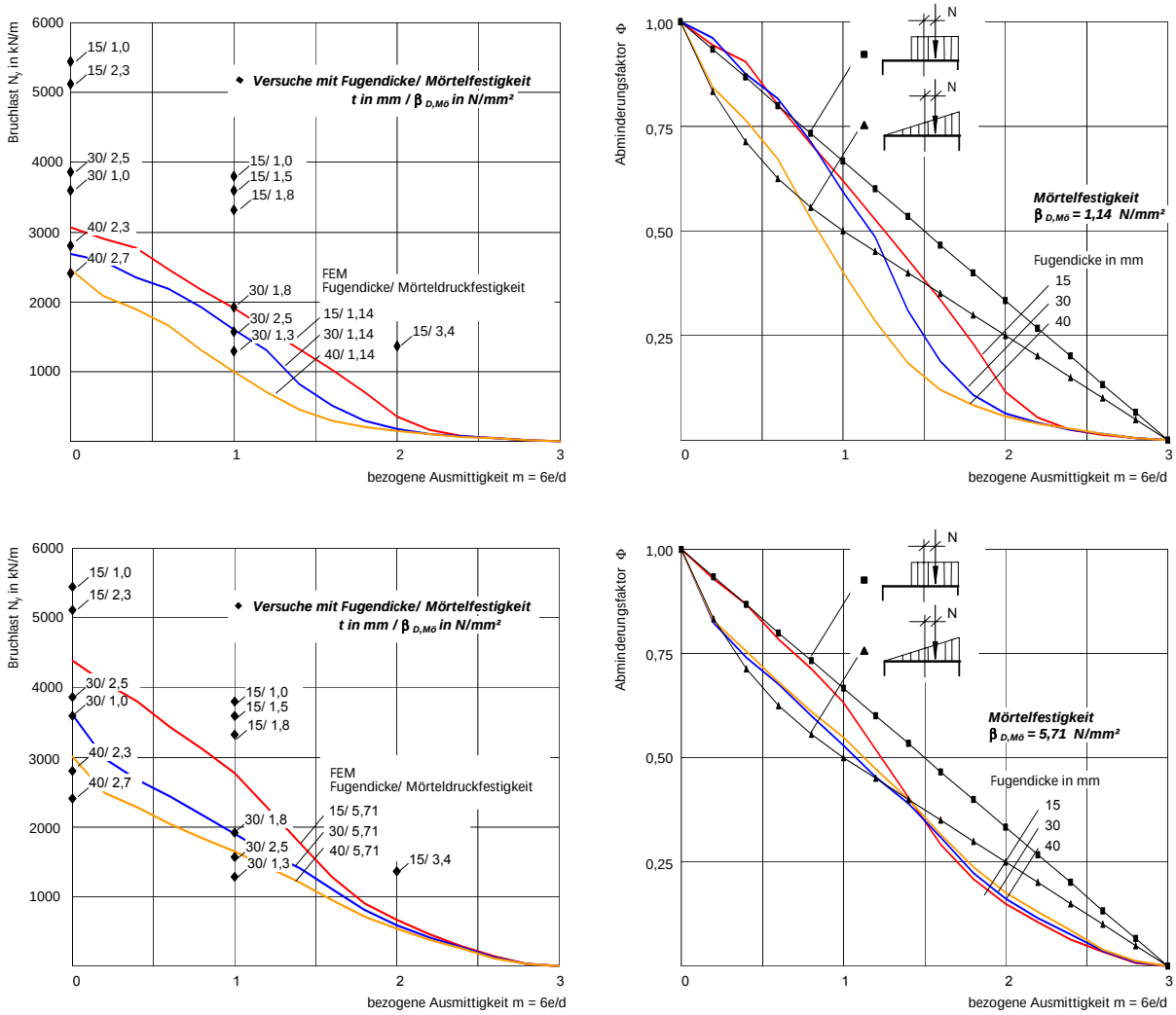


Bild 70 Querschnittstragfähigkeit in Abhängigkeit von der Fugendicke

3.3.4 Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Bei der Berechnung von Traglasten ist linear elastisches Verhalten von Sandstein bis zum Bruch vorausgesetzt. Dagegen verhält sich im Rechenmodell der Mörtel nur bis zum Erreichen der Fließfläche nach DRUCKER-PRAGER linear elastisch und beim Fließen ideal plastisch. Die Spannungs-Dehnungs-Linie vom Mauerwerk befindet sich folglich zwischen beiden Grenzkurven.

In Bild 71 sind Spannungs-Dehnungslinien für verschiedene Fugendicken nach Finiter Elemente Lösung und kraftgesteuerter Versuche [67] aufgetragen. Ein abfallender Ast in den Spannungs-Dehnungslinien ist deshalb nicht darstellbar. Besonders für die Fugendicke von t = 4 cm besteht gute Übereinstimmung der gekrümmten Kurven für weichen Mörtel der Festigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm². Obwohl sich der Stein bis zum Bruch linear verhält, kann sich eine parabelförmige Beziehung derart einstellen, daß sich Fugenrandbereiche der Laststeigerung entziehen und somit das Gesamtsystem weicher wird. Es folgt der bekannte parabelförmige Verlauf für Natursteinmauerwerk mit dicken Fugen.

Für festere Mörtel erreichen die Kurven der Finiten Elemente Berechnung nicht ganz die Versuchskurven, liegen aber im Hinblick auf Stabilitätsberechnungen auf der sicheren Seite.

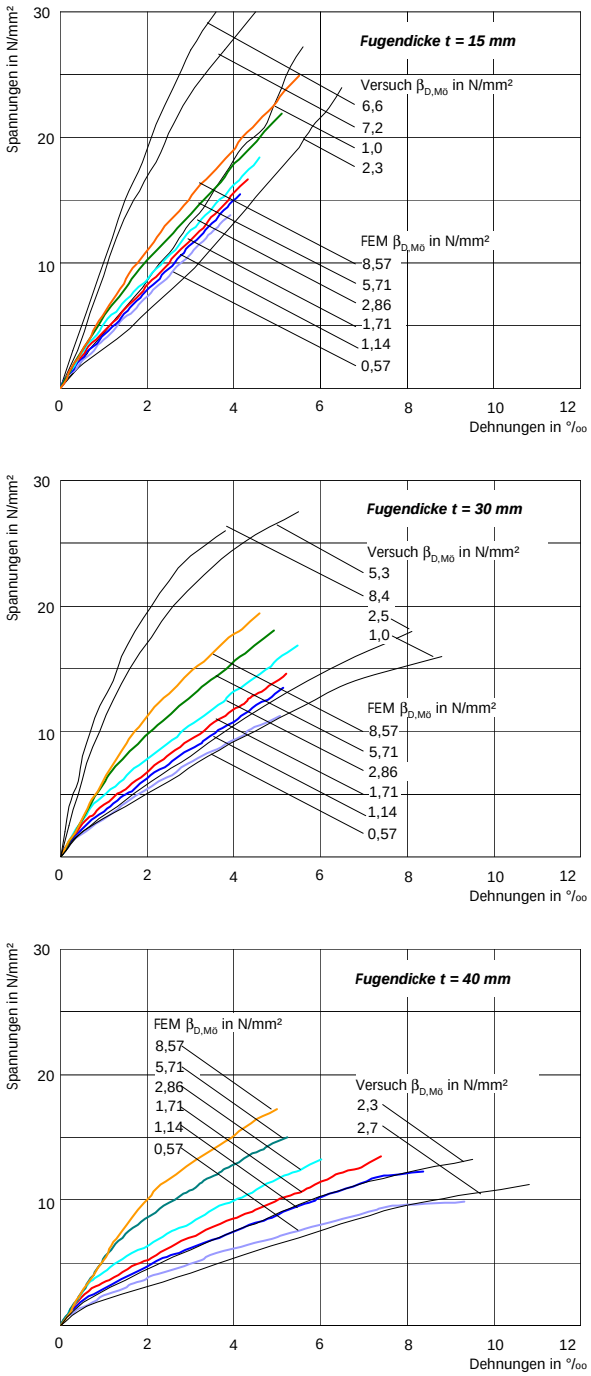


Bild 71 Spannungs-Dehnungslinien nach Finiter Elemente Berechnung im Vergleich zu Versuchskurven [67]

Einfluß der Kontaktsteifigkeit auf die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Mauerwerk

Im Finiten Elemente Modell bilden Kontaktelemente [42] zwischen Stein und Mörtel eine Art Federelemente, womit Druckkräfte und parallel zur Fuge wirkende Reibungskräfte – gewählter Reibungsbeiwert ν = 0,6 – übertragbar sind. Mit Kontaktelementen lassen sind Ränder unterschiedlich vernetzter Flächen koppeln, ohne daß die Knoten benachbarter Flächen übereinander liegen müssen. Die Knoten dringen bei einer Verschiebung in den gegenüberliegenden Rand der finiten Elemente. Die Eindringtiefe der Oberflächen von Stein und Mörtel ist über die Kontaktsteifigkeit numerisch steuerbar.

Diese ist so zu wählen, daß sich die Spannungs–Dehnungslinien aus Versuchen ausreichend gut annähern lassen. Zu gering gewählte Steifigkeit läßt zu große Eindringungen in gegenüberliegende Elementränder zu, wodurch das numerische System zu weich reagiert. Einer Wahl zu großer Steifigkeit folgen zu steile Spannungs-Dehnungslinien nach Bild 72. Im Vergleich zu zwei Versuchen sind Linien unterschiedlicher Kontaktsteifigkeit eingetragen. Die Bruchspannungen liegen nahe zusammen, da der Elastizitätsmodul keinen Einfluß auf die Bruchlast gedrungener Körper hat. Der Einfluß steigt erst für schlanke Konstruktionen, wo das Verformungsverhalten wesentlich die Versagenslast bestimmt.

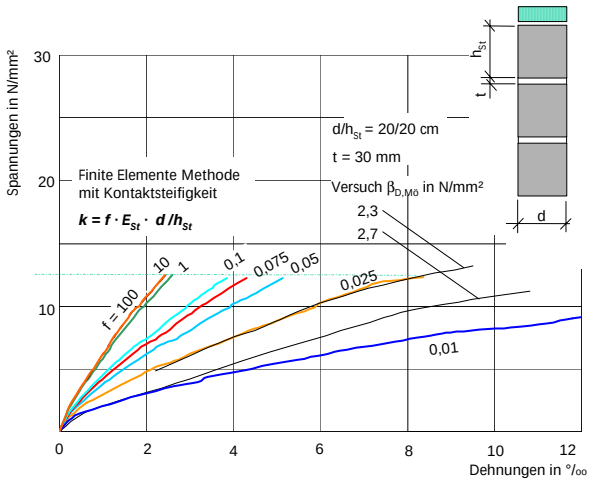


Bild 72 Spannungs-Dehnungslinien mit verschiedener Kontaktsteifigkeit im Vergleich zu Versuchen für Mörtelfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm²

4 Tragfähigkeit mit Einfluß der Schlankheit – Stabilitätsverhalten

Die Tragfähigkeit von Wänden mit Einfluß der Schlankheit unter Normalkraft und einachsiger Biegung ist für künstliches Mauerwerk auf unterschiedliche Weise theoretisch und experimentell ermittelt worden. Einen Überblick durchgeführter Versuche für künstliches Mauerwerk findet man bei KIRTSCHIG [70]. Verschiedene Autoren [71, 72, 73 und 74] führten Untersuchungen zum Stabilitätsverhalten unter verschiedenen Gesichtspunkten durch, wie Einfluß von Mauerwerksart, Lagerungsbedingungen und Lasteinleitung. Versuchsserien zu historischem Mauerwerk sind dagegen nur für wenige Mauerwerksarten bekannt [75, 89].

Berechnungen zur Tragfähigkeit stützen sich auf einsteindickes Mauerwerk. Angenommen wird generell Versagen im Vertikalschnitt der Wand. Risse in der Wandansichtsfläche stellen nicht die Bruchursache dar, sind sekundär und ohne Einfluß auf das Versagen. Die Wand als langgestrecktes Flächentragwerk wird gewöhnlich auf ein Problem des vorverformten Knickstabes reduziert. Diese Annahme läßt sich für in Längsrichtung ausgedehnte Wände rechtfertigen, wenn die Randstörungen bereits abgeklungen sind und die Wandfläche nur noch einachsig gekrümmt ist.

Als Standardfall für die Knickfigur dient der ausmittig belastete, gelenkig gelagerte Wandausschnitt nach Bild 73. In der Finiten Elemente Lösung genügt, analog dargestellter Untersuchungen zur Querschnittstragfähigkeit, ein Berechnungsmodell im ebenen Verzerrungszustand, welches den Ausschnitt einer langgestreckten Wand bildet. Für kürzere Wände, in deren Mittelbereich der Randeinfluß noch nicht abgeklungen ist, stellt die Lösung des Knickstabes eine untere Schranke der Tragfähigkeit dar.

Bei der Berechnung von Systemen unter Einfluß der Schlankheit ist das Gleichgewicht im verformten Zustand der Konstruktion zu formulieren. Damit wird der Einfluß von Formänderungen auf die Schnittgrößen erfaßt, welcher mit zunehmender Schlankheit wächst. Das Tragverhalten eines gedrückten Stabes ist zutreffend nach Bild 74 mit der Belastung und charakteristischen Formänderungsgröße (horizontale Verschiebung) beschreibbar.

In umfangreicher Literatur, zusammengefaßt von STEUP [76], sind zwei wesentliche Versagensursachen von schlanken Systemen aus Beton dargestellt: zum ersten das Spannungs- oder Festigkeitsproblem und zum zweiten das Stabilitätsproblem [77, 78]:

- Betrachtet man eine mäßig schlanke Stütze (1), nehmen mit zunehmender Last die Formänderungen und Schnittgrößen überproportional zu, bis die Tragfähigkeit des höchst beanspruchten Querschnitts erschöpft ist. Der Versagenszustand ist mit Erreichen der Bruchdehnungen gefunden, die Traglast N_{T1} ist identisch mit der zum Bruchdehnungszustand gehörigen Last N_{B1}. In diesem Falle liegt ein Spannungs- oder Festigkeitsproblem vor, das in der Regel nach Theorie II. Ordnung zu lösen ist.

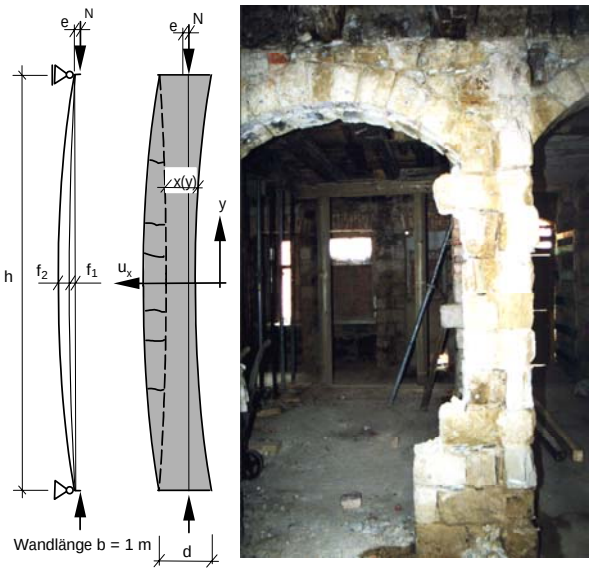


Bild 73 Standardfall zum Stabilitätsproblem, Praxisbeispiel

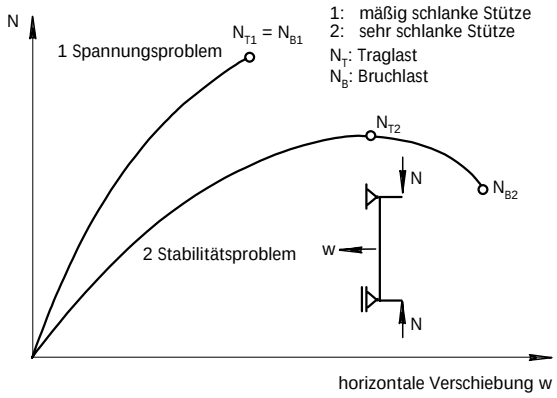


Bild 74 Spannungs- und Stabilitätsproblem [77]

- Untersucht man dagegen eine sehr schlanke Stütze (2), so zeigt sich ein deutlich anderes Verhalten. Das Versagen bestimmt sich durch instabiles Gleichgewicht und nicht durch Erreichen der Bruchdehnungen. Die Tragfähigkeit wird erreicht, ohne daß die Bruchfestigkeit erreicht ist. Die Bruchdehnungen treten erst unter der Last $N_{B2} < N_{T2}$ auf, der zugehörige Gleichgewichtszustand ist instabil. Die Tragfähigkeit wird hier also nicht durch Erreichen der Materialfestigkeit bestimmt, sondern durch den vorher eingetretenen Übergang des Gleichgewichtes in den instabilen Zustand. Diesen Fall bezeichnet man als Stabilitätsproblem ohne Verzweigung des Gleichgewichtes.

4.1 Klassische Lösungen zum Stabilitätsproblem

Bisher entwickelte Verfahren zur Berechnung der Tragfähigkeit von Mauerwerk unter Einfluß der Schlankheit beruhen auf der Festlegung, daß Mauerwerk – ähnlich wie unbewehrter Beton – ein homogenes Material ohne Zugfestigkeit ist. Steine und Fugen bilden ein „verschmiertes“ System als Fasermodell, dessen mechanische Eigenschaften allein von der Spannungs-Dehnungs-Linie des Mauerwerks unter zentrischer Belastung bestimmt sind. Im Berechnungsmodell werden jeder Faser im Mauerwerksquerschnitt, ob in Wandmitte oder am Rand, gleiche Eigenschaften zugewiesen. Alle klassischen Lösungen basieren auf dem Grundgedanken, daß die Tragfähigkeit des Mauerwerks erreicht ist, wenn in einer Faser die Bruchspannung oder Bruchdehnung wirkt oder Stabilitätsversagen vorliegt. Verschiedene Autoren berücksichtigen in ihren Modellen neben linearem oder nichtlinearem Verhalten von Mauerwerk auch unterschiedliche Vorverformungen der Wandebene.

Die Kompliziertheit des Problems der Stabilitätsberechnung hat zur Folge, daß in den Normen [1, 9] die Ergebnisse der Tragfähigkeitsberechnung nur durch einfache Approximationen beschrieben werden. Die Genauigkeit der Approximationen in genannten Normen untersuchen JÄGER/ BERGANDER [79] im Vergleich zu Lösungen mit verschiedenen Differentialgleichungen.

Beim Vereinfachen der realen Struktur zu einem Fasermodell ist es sinnvoll, die Form der Spannungsverteilung über den Querschnitt aus der Spannungs-Dehnungs-Beziehung vom zentrischen Druckversuch zu übernehmen. Obwohl diese Vereinfachung nur für homogenes isotropes Material gilt, bestätigen Versuchsergebnisse von künstlichem Mauerwerk mit dünnen Fugen und festem Mörtel diese Herangehensweise [80].

Für Natursteinmauerwerk mit dickeren Fugen (ab 1,5 cm Dicke) trifft diese Vereinfachung allerdings nicht mehr zu. Da die Fugenausbildung maßgebend das Versagen von Natursteinmauerwerk prägt, ist in dieser Arbeit die Berechnungsmethodik dahingehend verbessert, daß eine inhomogene Struktur von Mauerwerk mit realitätsnahen Materialeigenschaften von Stein und Mörtel der Berechnung zugrunde liegt.

4.1.1 Lösungen mit Hilfe von Differentialgleichungen

Mit Hilfe der Differentialgleichung des Stabilitätsproblems ist die Tragfähigkeit eines Stabes aus homogenem isotropen Material auch unter Ausschluß der Zugfestigkeit bestimmbar. Berücksichtigt man die gerissene Zugzone, führt eine nichtlineare Differentialgleichung zur Lösung, wie erstmals ANGERVO [81] gezeigt hat. Diese physikalische und geometrische Nichtlinearität tritt unabhängig von der Annahme zur Form der Spannungsverteilung über den Querschnitt auf. Für den ungerissenen Querschnitt bleibt die Steifigkeit bis zum Bruch konstant, hier führt eine lineare Differentialgleichung zur Lösung.

ANGERVO [82] und PUTKONEN [83] berücksichtigen neben dem „Standardfall des Knickstabes“ auch unterschiedliche Lastexzentrizitäten an Wandkopf und –fuß. Ein mögliches Verfahren zur Berechnung von Rahmentragwerken, in denen Mauerwerk den Rahmenstiel bildet, ist über Ermitteln der Knotendrehwinkel und Knotenverschiebungen dargestellt.

FÜHRER [84] entwickelt für den Vollquerschnitt der Wand Berechnungsformeln für unabhängig und voneinander abhängig wirkende Normalkraft und wirkendes Biegemoment. Die Spannungsverteilung über den gedrückten Querschnitt berücksichtigt er in linearer und parabolischer Form. Des weiteren untersucht er das Beulverhalten von Wänden unter Benutzung der Differentialgleichung der Schale für vierseitige und dreiseitige Lagerung der Wand.

MANN [85] berücksichtigt für die Wand eine sinusförmige Vorverformung und gelenkige Lagerung der Kopf- und Fußpunkte nach Bild 73. Über den Querschnitt soll eine dreieckförmige Spannungsverteilung wirken. Der Querschnitt bleibt über die gesamte Wandhöhe ungerissen, wenn die Lastausmittigkeit in halber Wandhöhe mit Vorverformung und Zusatzverformung nach Theorie II. Ordnung kleiner als die erste Kernweite ($u = e + f_1 + f_2 \leq d/6$) ist. Die Differentialgleichung zur Berechnung dieses Systems lautet:

(4.1)

$$E_s I \cdot u(y)^{II} + N \cdot u(y) = -N \cdot (e + f_1 \cdot \cos(\frac{\pi}{h} \cdot y)) \; .$$

Bei der Lasteinleitung im Wandkopf über die erste Kernweite hinaus ($e > d/6$) reißt der Querschnitt über die gesamte Wandhöhe. Mit steigender Belastung und wachsender Zusatzverformung f_2 wird das System zunehmend weicher, da die gerissene Zugzone immer weiter in den Querschnitt hineinreicht. Dieses, unter zunehmender Last weichere System, wird mit folgender nichtlinearer Differentialgleichung beschrieben.

(4.2)

$$x(y)^2 \cdot x(y)^{II} = \frac{-6 \cdot N \cdot (1 + \frac{f_1}{f_2})}{E_s \cdot b}$$

Zur Einbeziehung der geometrischen Imperfektion (Vorverformung) in diese nichtlineare Differentialgleichung bemerkt BERGANDER [79], daß nun eine geschlossene Lösung möglich ist, aber die Imperfektion den kritischen Wert der Längskraft beeinflußt, was für die physikalisch reale Beschreibung nicht gilt. Solange jedoch die geometrische Imperfektion von einer Anfangsexzentrizität begleitet wird, unterscheiden sich die Ergebnisse kaum.

Als Lösung der Differentialgleichungen erhält MANN, wenn die Parameter f_1 und E_s in der Herleitung weitergeführt werden, für den ungerissenen Querschnitt die nichtlineare Gleichung:

(4.3)

$$m = \frac{6\,e}{d} = \left[\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) - \frac{6 \cdot \lambda}{\left(h/f_1 - \frac{h/f_1 \cdot 12 \cdot \eta \cdot \lambda^2}{E_s/\beta_{D,MW} \cdot \pi^2}\right)}\right] \cdot \cos\left[\lambda \sqrt{\frac{3\,\eta}{E_s/\beta_{D,MW}}}\right]$$

und für den gerissenen Querschnitt das nichtlineare Gleichungssystem:

(4.4)

$$\eta = \frac{E_s/\beta_{D,MW}}{h/f_1 \cdot 4} \cdot \frac{(3-m)^2}{\lambda^2}\left[\frac{h/f_1}{6}(3-m) - \frac{\lambda}{(1-D)}\right] \cdot D \cdot \left[\sqrt{1-D} + D \cdot \ln\frac{1+\sqrt{1-D}}{\sqrt{D}}\right]^2$$

(4.5)

$$\eta = \frac{1}{4}(3-m) \cdot D \cdot \frac{\sigma_1}{\beta_{D,MW}}$$

In den Gleichungen sind enthalten:

- Abminderungsfaktor η
- bezogene Ausmittigkeit m = 6e/d
- Mauerwerksschlankheit λ = h/d
- Verformungskennwert $E_s/\beta_{D,MW}$ (Verhältnis Elastizitätsmodul zur Bruchspannung)
- Vorverformung h/f_1 (Verhältnis Wandhöhe zur Vorverformung)

zusätzlich für den gerissenen Querschnitt:

- Verhältnis Randspannung σ_1 zur Bruchspannung $\beta_{D,MW}$ (aus zentrisch belastetem Druckversuch)
- Der Faktor D gibt den prozentualen Anteil des überdrückten Querschnitts zum Gesamtquerschnitt an.

Die Ergebnisse lassen sich nur iterativ bestimmen. Für die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems ist zu beachten, daß das Verhältnis Randspannung zur Bruchspannung $\sigma_1 / \beta_{D,MW} \leq 1{,}0$ sein muß, wenn eine dreieckförmige Spannungsverteilung über den Querschnitt wirkt. Für größere Schlankheiten erreicht die Randspannung σ_1 nicht die Randbruchspannung $\beta_{D,MW}$ wenn in diesem Falle Stabilitätsversagen vorliegt. Die Wendepunkte der Kurven (Bild 75) bestimmen den Übergang vom Spannungs- zum Stabilitätsproblem, wonach beim Stabilitätsproblem das Versagen ohne Ausnutzen der Randbruchspannung eintritt. Die Tragfähigkeit für die Wand mit teilweise gerissenem Bereich bestimmt man mittels Interpolation zwischen den Ergebnissen beider Differentialgleichungen.

Bild 75 zeigt für einen Verformungskennwert des Mauerwerks von $E_s/\beta_{D,MW}$ = 400 und eine Vorverformung f_1 = h/300 die Abminderungsfaktoren als Funktion der Schlankheit im Vergleich zur Querschnittstragfähigkeit. In der Darstellung ist die Interpolation zwischen den Lösungen beider Differentialgleichungen für den ungerissenen und gerissenen Querschnitt durchgeführt. Unter Benutzung der Leitkurven für m = 0 und m = 1 (für gerissenen Querschnitt) werden zwischenliegende Kurven im gleichen Verhältnis, ausgehend von bekannten Werten bei λ = 0, bis λ = 27 weitergeführt. Diese „kammartige“ Methode wird auch für nachfolgende Interpolationen zwischen Ergebnissen mit Finiter Elemente Methode benutzt.

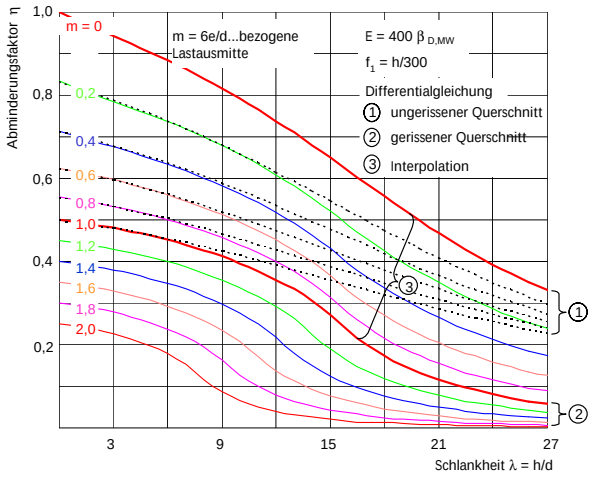


Bild 75 Abminderung der Tragfähigkeit für dreieckförmige Spannungsverteilung nach MANN [85]

KUKULSKI/ LUGES [86] berücksichtigen beliebige nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen über eine Approximation, die zu den gleichen linearen und nichtlinearen Differentialgleichungen führt wie bei Annahme einer linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Diese Differentialgleichungen sind geschlossen lösbar und lassen sich für Parameterstudien gut aufbereiten. Im Ergebnis sind die Abminderungsfaktoren auf bezogene Schlankheiten dargestellt. Diese Darstellung eignet sich für sämtliche Versuche mit unterschiedlichen Steifigkeiten.

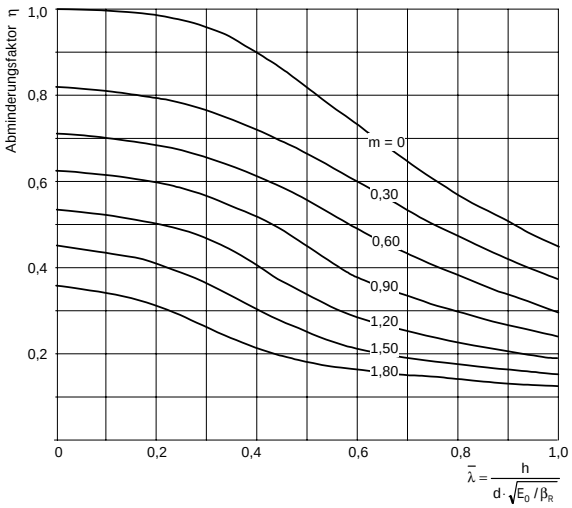


Bild 76 Abminderungsfaktoren als Funktion der bezogenen Schlankheit [86]

Bruchbewertung mit rechteckförmiger Spannungsverteilung für die Differentialgleichung nach MANN

Die Berechnung von schlankem Natursteinmauerwerk hat in dieser Arbeit zum Ziel, mit der Finiten Elemente Methode Kurvenscharen der Tragfähigkeit für verschiedene Parameter, wie Fugendicke und Mörtelfestigkeit, anzugeben. Die versuchstechnische Bestätigung ist jedoch sehr aufwendig und kann nur stichpunktartig erfolgen. Deshalb wird zur Kontrolle der Kurvenscharen eine klassische Lösung gewählt, die eine einfache Überprüfung zur Qualität der Lösung erlaubt.

Die Differentialgleichung nach MANN bietet sich für den Vergleich an, da die Kurvenscharen verschiedener Parameter zu Steifigkeit und Vorverformung mit einem Programm [87] auf iterativem Wege leicht zu ermitteln sind. Für die Bruchbewertung wird in dieser Arbeit allerdings anstelle der dreieckförmigen Spannungsverteilung über den Querschnitt ein rechteckförmiger Spannungsblock benutzt. Der Vorteil liegt darin, daß die lineare Abminderung der Traglast unter ausmittiger Lasteinleitung dann den Festlegungen im EC 6 [9] entsprechen und Versuchsergebnisse vom Quadermauerwerk mit dünnen Fugen aus Bild 6 und Bild 7 besser erfassen. Im Ergebnis hat damit die Lasteinleitung in erster Kernweite einen Abfall auf 66% der Traglast des mittig belasteten Mauerwerks zur Folge. Für die Last in zweiter Kernweite fällt dieser Wert auf 33% ab. Bei dreieckförmiger Spannungsverteilung betragen diese Werte nur 50% beziehungsweise 25%.

Trotz Übereinstimmung der Ergebnisse für gedrungene Querschnitte mit rechteckförmigem Spannungsblock ist anzumerken [88], daß ein „Aufsetzen“ einer anderen als der dreieckigen Form der Spannungsverteilung zur Bruchbewertung in den Lösungen der Differentialgleichungen aus Sicht der Mechanik inkonsistent ist. Die Grundformeln, zu erkennen beispielsweise an den Funktionen Kosinus und Logarithmus, sind an das „Dreieck“ gebunden.

Der guten Übereinstimmung bei rechteckförmiger Spannungsverteilung mit Versuchsergebnissen folgend, sollen trotzdem die Kurvenscharen aus verschiedenen Einflüssen auf die Tragfähigkeit – wie Verformungskennwert und Vorverformung – dem Vergleich mit Ergebnissen aus Finiten Elemente Berechnungen dienen.

Als Lösung der Differentialgleichung ergibt sich mit rechteckförmiger Spannungsverteilung zur Bruchbewertung für den ungerissenen Querschnitt die nichtlineare Gleichung:

(4.6)

$$m = \frac{6\,e}{d} = \left[(1-\eta) - \frac{2 \cdot \lambda}{\left(h/f_1 - \frac{h/f_1 \cdot 12 \cdot \eta \cdot \lambda^2}{E_s / \beta_{D,MW} \cdot \pi^2} \right)} \right] \cdot 3 \cdot \cos\left[\lambda \sqrt{\frac{3\,\eta}{E_s/\beta_{D,MW}}} \right]$$

und für den gerissenen Querschnitt das nichtlineare Gleichungssystem:

(4.7)

$$\eta = \frac{E_s / \beta_R}{h/f_1 \cdot 4} \cdot \frac{(3-m)^2}{\lambda^2} \left(\frac{h/f_1}{6} (3-m) - \frac{\lambda}{(1-D)} \right) \cdot D \cdot \left[\sqrt{1-D} + D \cdot \ln \frac{1+\sqrt{1-D}}{\sqrt{D}} \right]^2$$

(4.8)

$$\eta = \frac{1}{3}(3-m) \cdot D \cdot \frac{\sigma_1}{\beta_{D,MW}} .$$

Die Auswertung der Gleichungen ergibt für verschiedene Verformungskennwerte $E_s / \beta_{D,MW}$ = 100, 200 und 400 entsprechende Abminderungskurven nach Bild 78. Mit den geringen Verformungskennwerten von $E_s/\beta_{D,MW}$ = 100; 200 sind die Versuche [8] zum Quadermauerwerk berücksichtigt. Der dicken Fugen und des weichen

Mörtels wegen ist Natursteinmauerwerk deutlich nachgiebiger als Mauerwerk aus künstlichen Steinen nach heutigen Berechnungsvorschriften der DIN 1053 [1] und des EC 6 [9]. Beispielhafte Spannungs-Dehnungslinien vom Quadermauerwerk in Bild 23 verdeutlichen diese Feststellung. Zur linearen Annäherung von parabelförmigen Spannungs-Dehnungslinien aus Versuchen (Bild 77) benutzt man entweder einen Sekantenmodul E_S, der dem gleichen Arbeitsvermögen bis zum Bruch entspricht oder den auf der sicheren Seite liegenden Bruchmodul E_U.

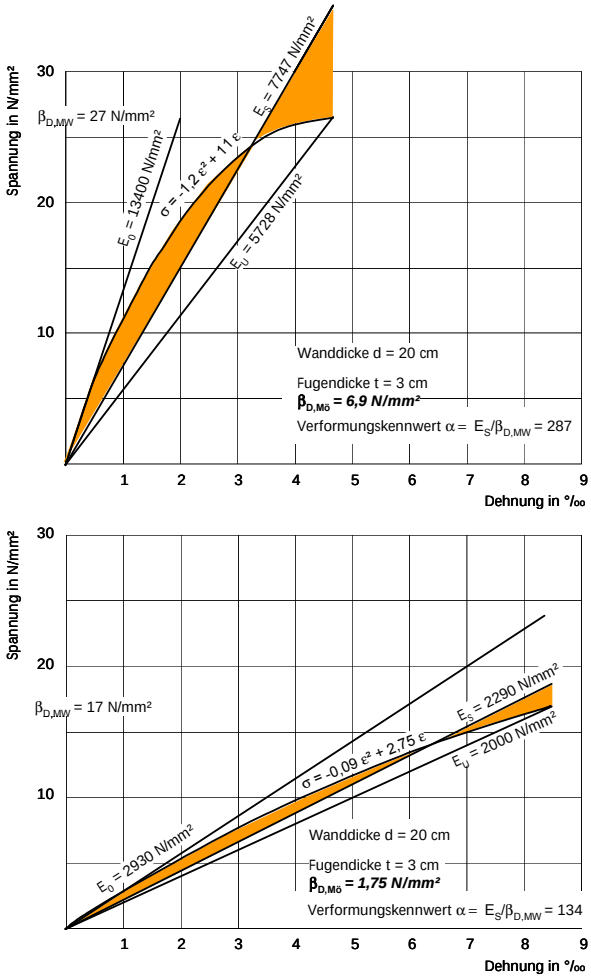


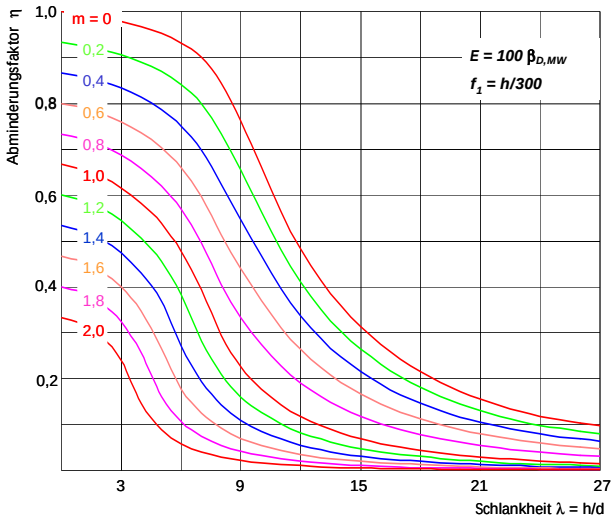
Bild 77 Elastizitätsmoduln zur Annäherung der Spannungs-Dehnungslinie

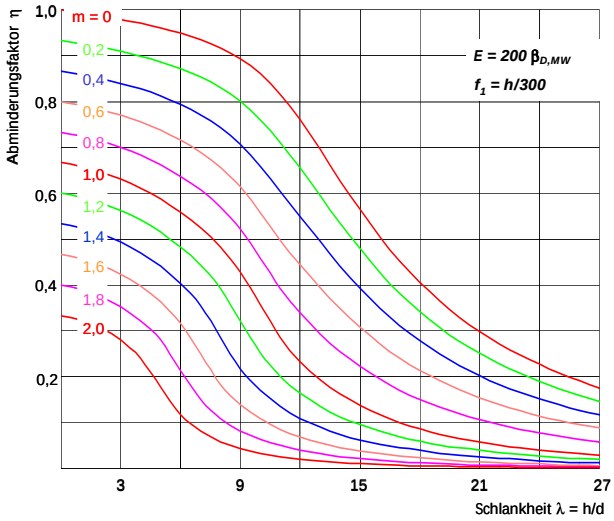
Die Bedeutung des Verformungskennwertes auf das Tragvermögen ist in der Zusammenstellung nach Bild 78 beispielsweise für die Schlankheit λ = 15 deutlich erkennbar. Während bei zentrischer Belastung für einen Sekantenmodul von $E_S = 400 \cdot \beta_{D,MW}$ die Tragfähigkeit nur auf knapp 80% fällt, verbleiben bei $E_S = 100 \cdot \beta_{D,MW}$ nur noch 30% der Querschnittstragfähigkeit. Gemäß dieser Feststellung ist ein genauerer Nachweis zur Stabilität von Natursteinmauerwerk mit dickeren Fugen unerläßlich.

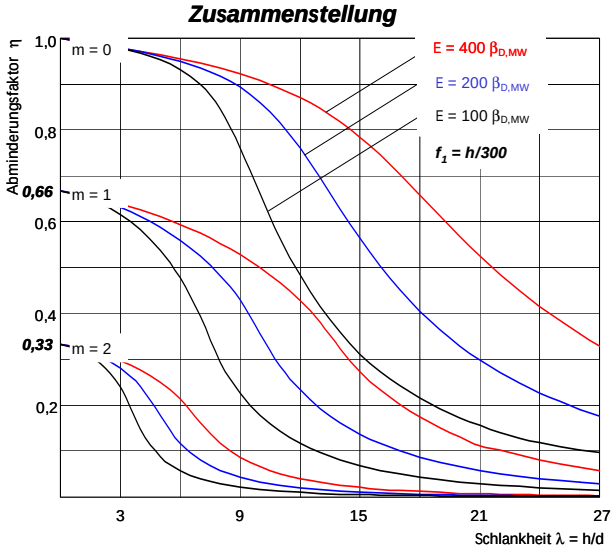
Einfluß von Vorverformungen

Bei historischen Konstruktionen weicht die reale Struktur für verschiedene Mauerwerksarten deutlich von der Wandebene ab. Die Vorverformung wurde für Natursteinmauerwerk von WARNECKE in [89] genauer untersucht. Um den Einfluß der Größe der vorverformten Struktur auf die Tragfähigkeit zu erkennen, sind in Bild 79 die Abminderungen der Querschnittstragfähigkeit mit den Vorverformungen f_1 = h/300, h/200, h/100 aufgetragen.

Man erkennt, daß für praktische Fälle der Einfluß der Vorverformung auf die Tragfähigkeit bei weitem nicht so gravierend ist, wie der Einfluß aus unterschiedlichen Steifigkeiten.







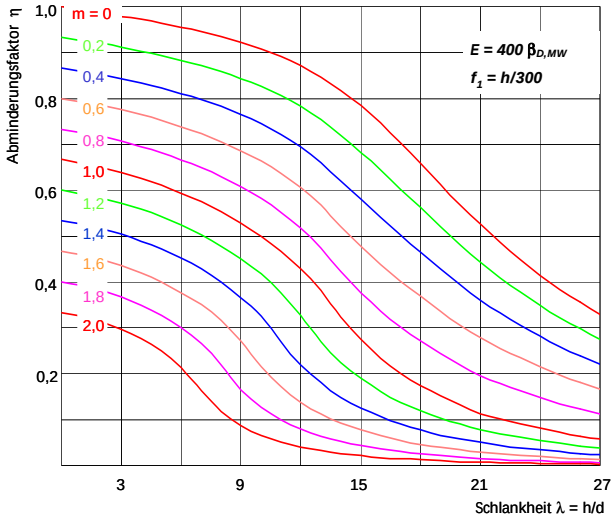
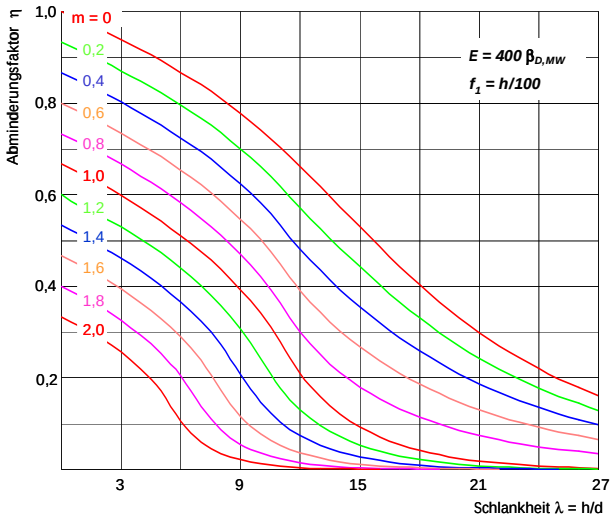
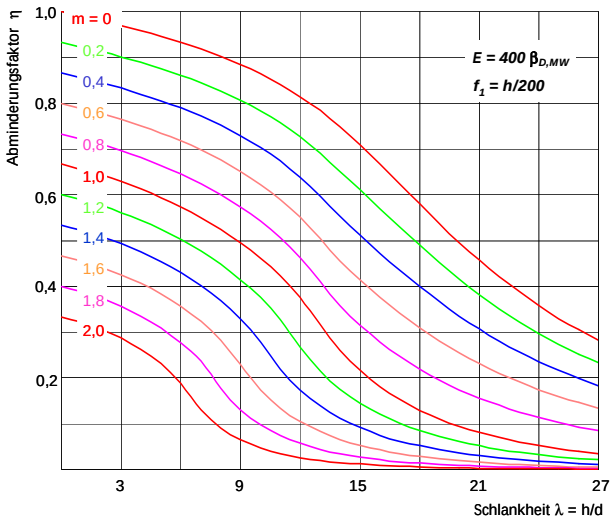
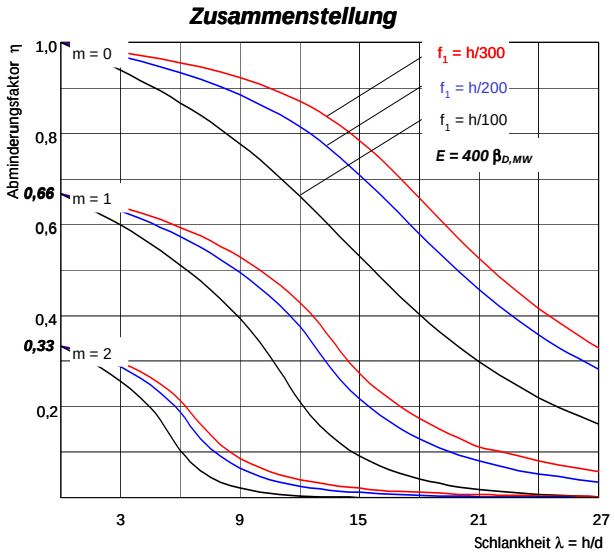


Bild 78 Abminderung der Tragfähigkeit für verschiedene Verformungskennwerte







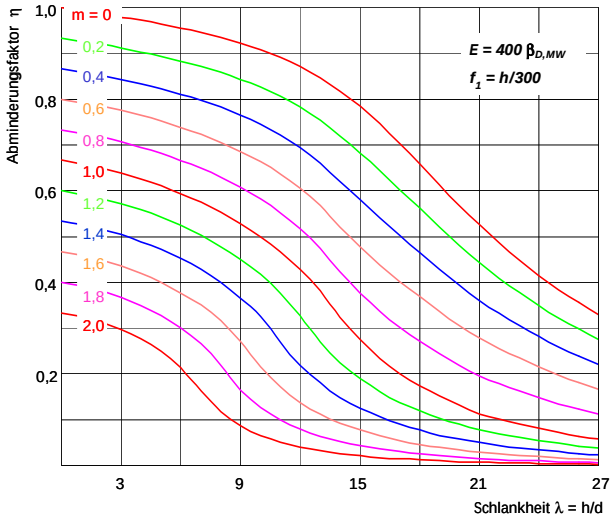


Bild 79 Abminderung der Tragfähigkeit bei verschiedener Größe der sinusförmigen Vorverformung

4.1.2 Lösung über Spannungs – Dehnungs – Beziehung

KIRTSCHIG [90] berechnet unter Verwendung des HALLER-schen Verfahrens [91] Traglastkurven für Mauerwerk auf der Grundlage bekannter Spannungs-Dehnungslinien. Die Parabelform der Linien ist äquivalent zur Form der Spannungsverteilung über den Querschnitt (Bild 80). Nach der BERNOULLIschen Hypothese sind ebenbleibende Querschnitte vorausgesetzt und wirkende Zugspannungen senkrecht zur Lagerfuge ausgeschlossen. Bild 81 zeigt die Abminderungsfaktoren η für verschiedene Verformungskennwerte, wobei der Anfangs-Elastizitätsmodul (E_0) den Verformungskennwert bestimmt.

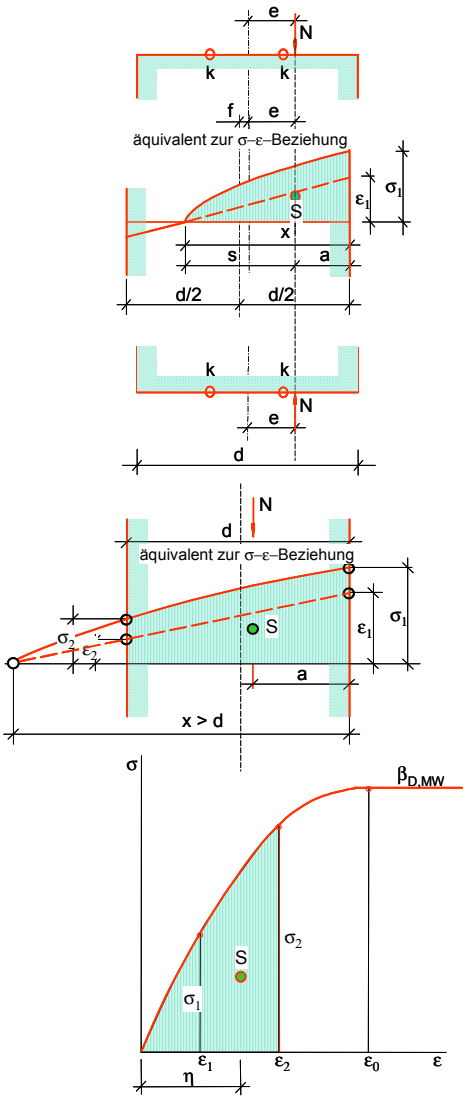


Bild 80 ***Annahme der Spannungsverteilung über den Querschnitt aus der Spannungs-Dehnungslinie bei zentrischer Belastung [91]***

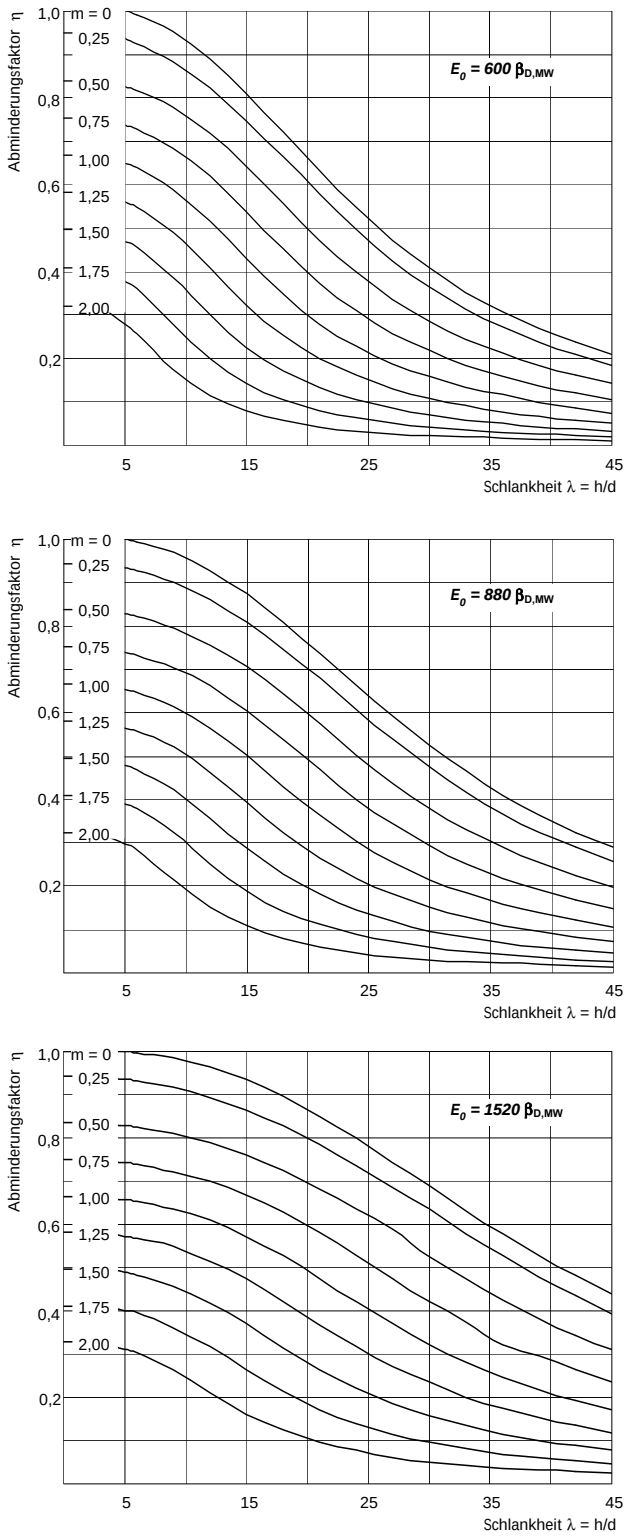


Bild 81 ***Abminderung der Tragfähigkeit für verschiedene Verformungskennwerte [90]***

BASTGEN [92] benutzt die Momenten-Krümmungs-Beziehung für den Tragfähigkeitsnachweis nach Theorie II. Ordnung. Ausgehend von einer parabelförmigen Spannungs-Dehnungslinie lassen sich die maximale Schlankheit bei vorgegebenem Beanspruchungsgrad und des Verformungskennwertes berechnen.

BACKES [77] entwickelt nichtlineare finite Stabelemente, die beliebige imperfekte Geometrien als Fasermodell abbilden. Für verschiedene Verläufe von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sind die Tragfähigkeiten bestimmbar. In Bild 82 ist für die Wahl einer linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung gute Übereinstimmung mit der Lösung der Differentialgleichung nach MANN (Bild 75) erkennbar.

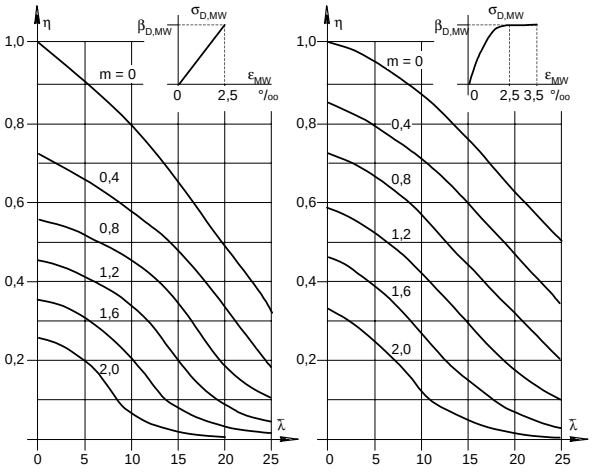


Bild 82 Abminderung der Tragfähigkeit mit finiten Stabelementen im Fasermodell ermittelt [77]

4.2 Lösung mit Finiter Elemente Methode

4.2.1 System

Die Herangehensweise entspricht der Berechnung zur Querschnittstragfähigkeit, wie diese für inhomogenes Material in Abschnitt 3.3.2 beschrieben ist. Im Unterschied dazu bestimmen entsprechend der Wandhöhe die Anzahl von Steinen und Fugen die gewünschte Geometrie.

Geometrische Imperfektionen sind in beliebiger Form, beispielsweise als sinusförmige Vorverformung, modellierbar. Das entwickelte Modell für inhomogenes Quadermauerwerk eignet sich, um Kurvenscharen mit bestimmten Parametern für den „Standardfall der Stabknickung“ aufzustellen. Spezielle Mauerwerksstrukturen, die nicht mit den berechneten Kurven bestimmter Geometrie-, Festigkeitswerte und Belastung analysierbar sind, lassen sich nach angepaßter Modellierung in gleicher Weise berechnen.

Zum Aufstellen der Kurvenscharen zur Tragfähigkeit bietet sich eine Serienberechnung in folgender Weise an:

- Zuerst ermittelt man die Querschnittstragfähigkeit unter zentrischer Belastung. Für Quadermauerwerk beträgt die Schlankheit $\lambda = h/d \approx 3$ für drei Steine mit den zugehörigen Lagerfugen. Die berechnete Traglast muß dem Vergleich mit analytischen Lösungen nach Abschnitt 3.2 standhalten beziehungsweise durch zentrische Druckversuche bestätigt werden. Die Versuchsstreuungen und unterschiedlichen Annahmen für die analytischen Verfahren sind beim Vergleich zu berücksichtigen.
- Für die nächste zu berechnende Schlankheit $\lambda = 5$ dient das vorherige Ergebnis als maximal mögliche Belastung, bis zu der wiederum die Last schrittweise zu steigern ist. Die Tragfähigkeit muß wegen größerer Schlankheit und imperfekter Geometrie kleiner sein.

Bild 83 verdeutlicht den Ablauf der Serienberechnung, die auf einer Workstation ORIGIN 2000 der TU Dresden durchgeführt wurde. Mit größter Mörtelfestigkeit beginnend, folgt die Berechnung für steigende Schlankheit und zunehmende Lastausmitte.

Die Pfeile deuten an, daß die zuvor berechnete Bruchlast der nachfolgenden Berechnung als maximal mögliche Belastung dient. Besteht nur Interesse an einem bestimmten Berechnungswert, dann durchlaufen die Mörtelfestigkeit, Lastausmitte und Schlankheit nur eine Berechnungsschleife. Das Flußdiagramm (Bild 84) läßt gleichfalls erkennen, daß beispielsweise der Einfluß der Steinfestigkeit auf die Kurvenscharen leicht prüfbar ist, indem über eine weitere Schleife diese Festigkeit veränderlich eingestellt wird.

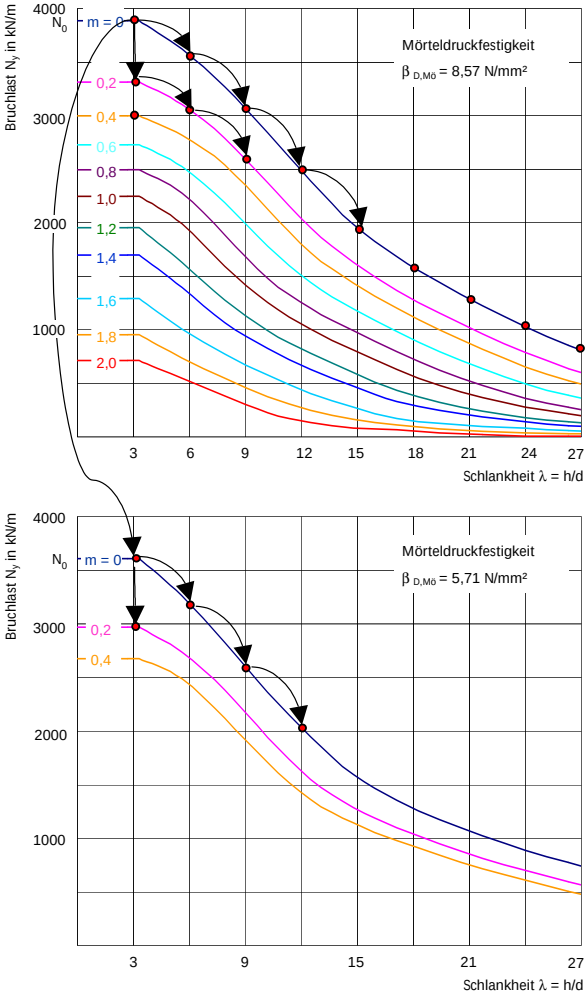


Bild 83 Ablauf der Serienberechnung

Die Beschreibung der Versagensarten aus Steinversagen und Gelenkbildung in der Lagerfuge geschah bereits in Abschnitt 3 für die Berechnung der Querschnittstragfähigkeit. Bild 85 zeigt Spannungspfade im Stein bei zunehmender Beanspruchung für verschiedene Schlankheiten der Wand. Das gewählte Standardbeispiel unter zentrischer Lasteinleitung mit einer Fugendicke von t = 3 cm zeigt deutlich, daß für größere Schlankheiten (λ =15) in der Regel kein Steinversagen als Bruchursache auftritt, sondern vorwiegend Gelenkbildung in der Lagerfuge die Versagensart darstellt.

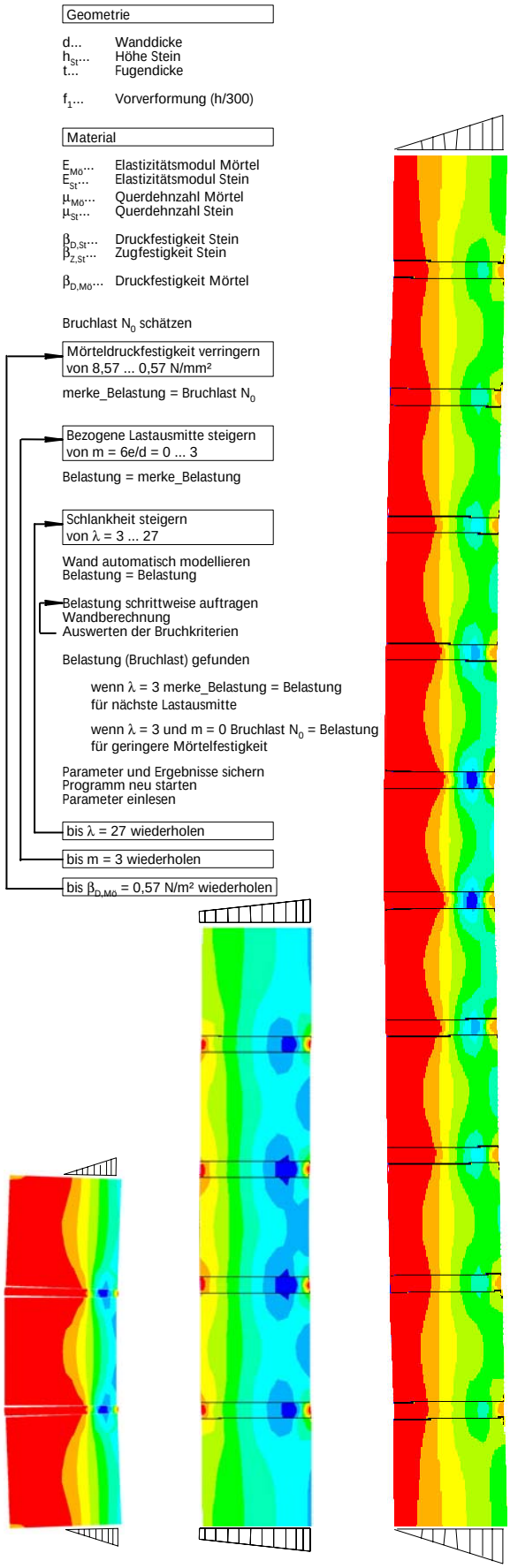


Bild 84 Flußdiagramm zur Serienberechnung und Beispielkörper mit Vertikalspannung

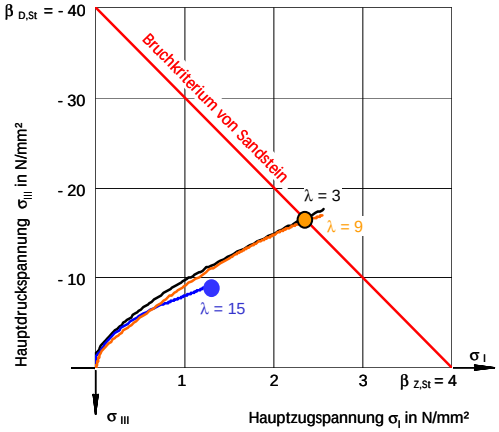


Bild 85 Spannungspfade im Stein bis zum Bruch

4.2.2 Ergebnisse mit unterschiedlicher Mörtelfestigkeit und Fugendicke

Die beschriebene Serienberechnung führt auf entsprechende Tragfähigkeitskurven nach Bild 86 bis Bild 88. Zur Erstellung der Kurven in angemessener Zeit sind diese für bezogene Lastausmittigkeiten von m = 0; 0,6; 1,0; 1,4 und 1,8 berechnet und zwischenliegende Kurven linear interpoliert, wobei die berechnete Querschnittstragfähigkeit den Ausgangspunkt der Wichtung bildet.

Die Kurvenscharen sind für Quadermauerwerk aus Postaer Sandstein mit einer Wanddicke von 20 cm aufgestellt. Die Steindruckfestigkeit beträgt 40 N/mm² und die Steinzugfestigkeit 4 N/mm². Die genannten Werte stellen 5%-Fraktilwerte für neu abgebauten Stein aus dem Bruch „Weiße Bank“, Lohmen-Mühlleite dar. Die Darstellung historischen Mörtels variiert für parallele Lagerfugen in Dicken zwischen 15 und 40 mm und einer Druckfestigkeit des Mörtels von 0,57 bis 8,57 N/mm². Mit zunehmender Mörtelfestigkeit steigt erwartungsgemäß die Tragfähigkeit, während sie bei steigender Fugendicke fällt. Werte der theoretischen Schlankheit λ = 0 sind denen für λ = 3 gleichgesetzt, womit erst ab dieser Schlankheit die Tragfähigkeit abfällt.

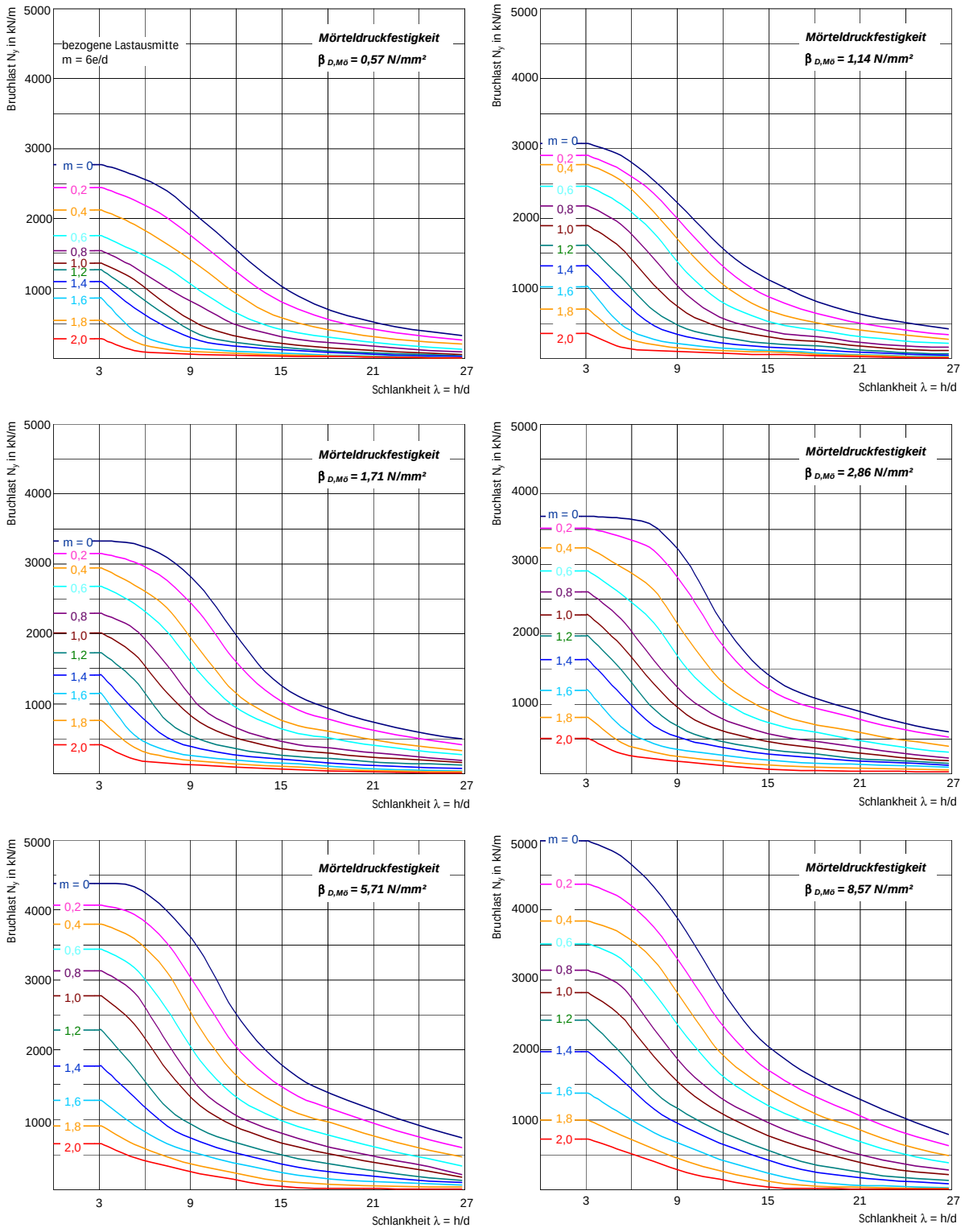


Bild 86 Traglastkurven für Quadermauerwerk: Wanddicken d = 20 cm und Fugendicke t = 1,5 cm

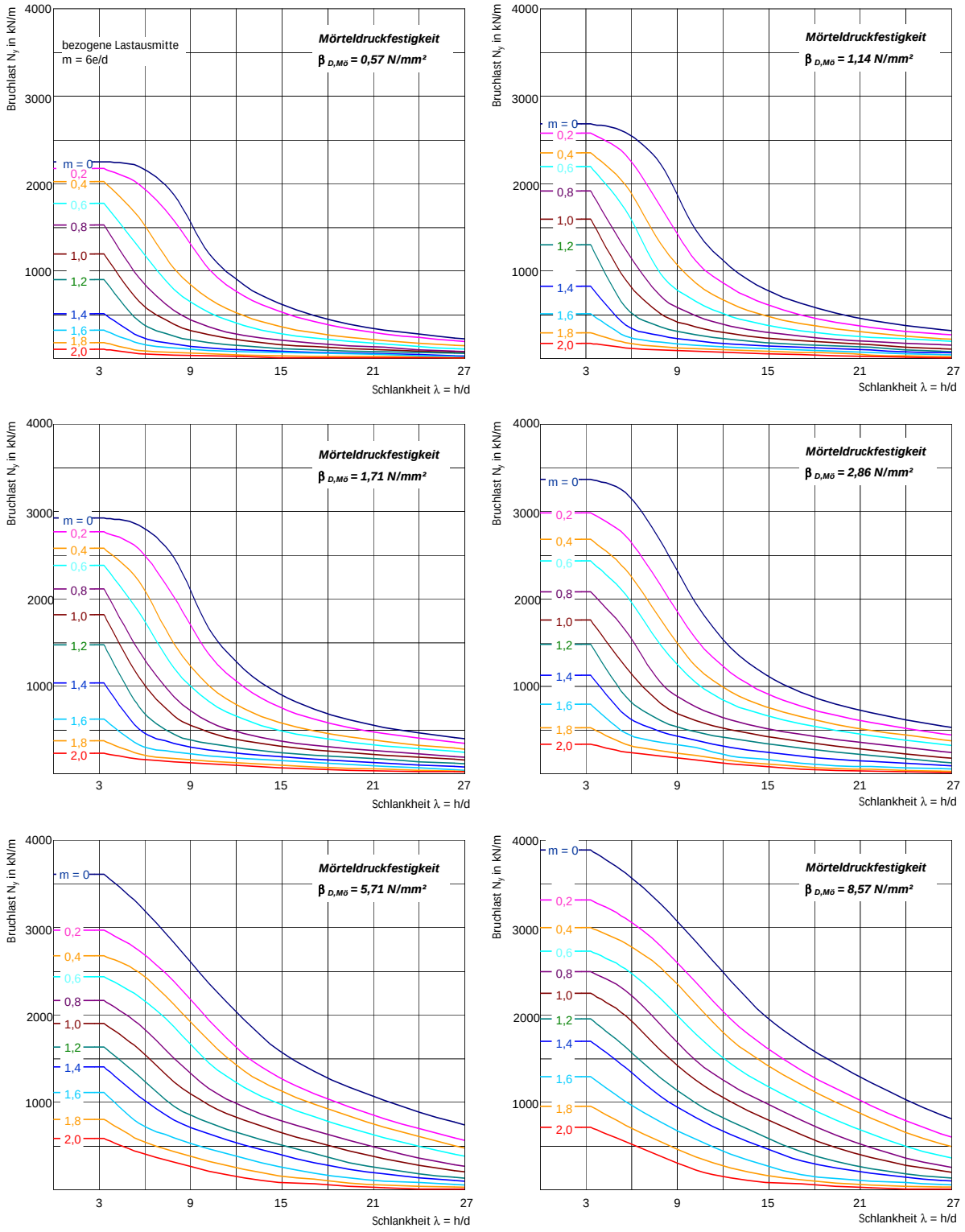


Bild 87 Traglastkurven für Quadermauerwerk: Wanddicken d = 20 cm und Fugendicke t = 3,0 cm

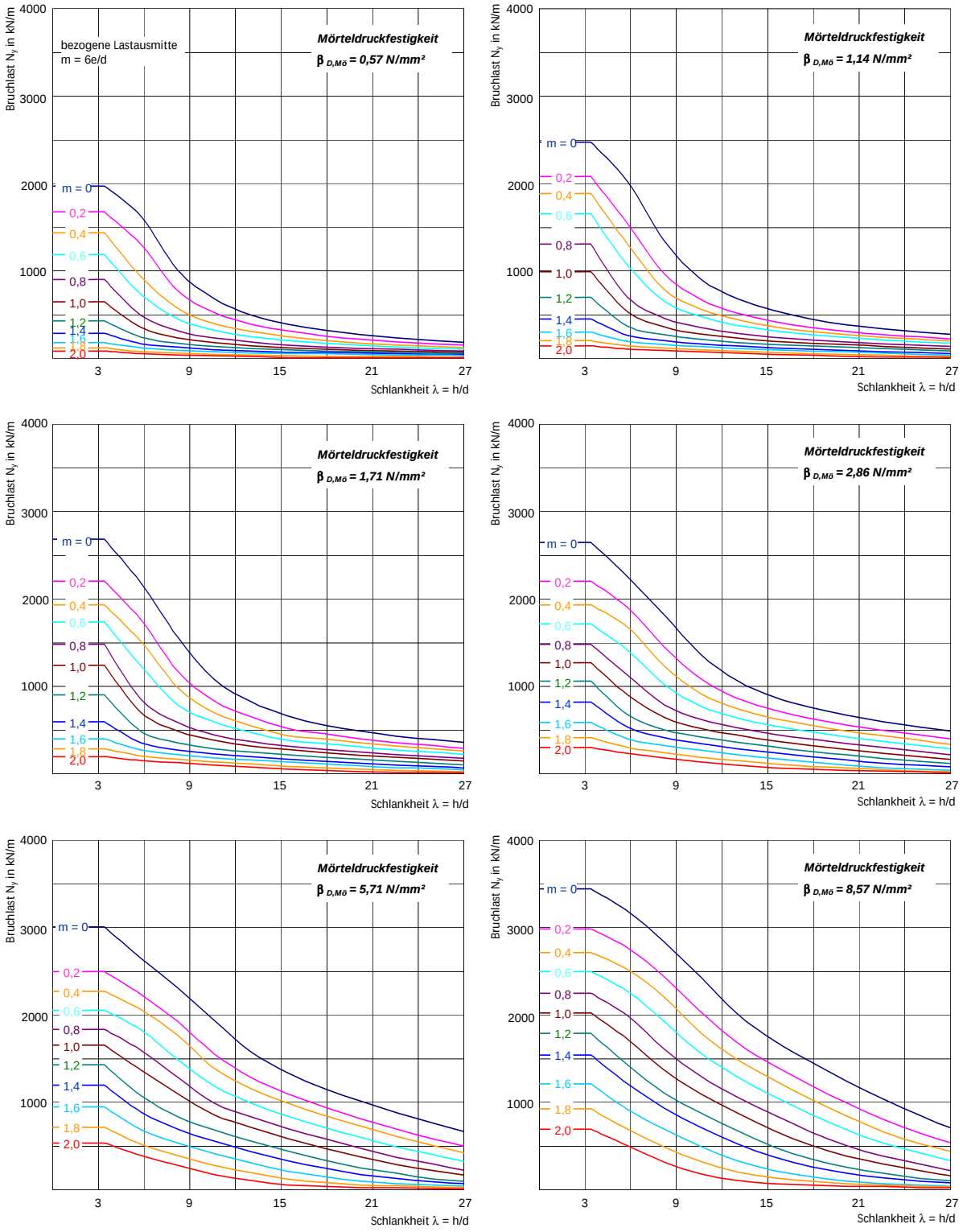


Bild 88 Traglastkurven für Quadermauerwerk: Wanddicken d = 20 cm und Fugendicke t = 4,0 cm

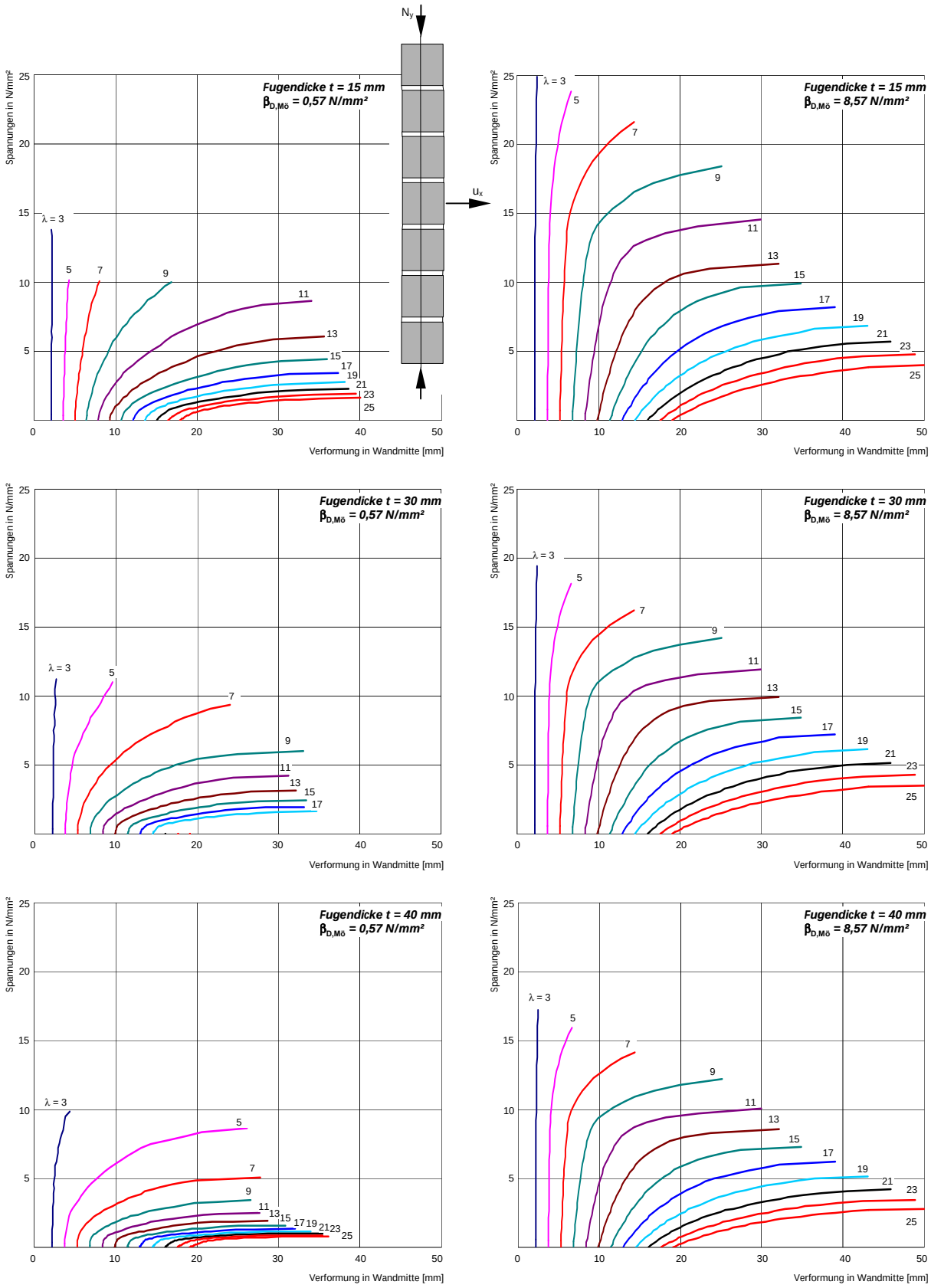


Bild 89 horizontale Verschiebungen in Wandmitte

Das Verformungsverhalten aus der Wandebene bei Laststeigerung zeigt Bild 89 für verschiedene Fugendicken und zwei ausgewählte Mörtelfestigkeiten. Neben der Vorverformung in Wandmitte stellen die Kurven die Zusatzverformung aus geometrisch- und physikalisch nichtlinearem Verhalten dar. Für gedrungene Körper zeigen sich geringe horizontale Verformungen, die mit zunehmender Schlankheit wachsen; die Tragfähigkeit vermindert sich entsprechend.

4.2.3 Ergebnisse mit unterschiedlicher Vorverformung des Systems

Den Einfluß unterschiedlicher Vorverformungen auf die Tragfähigkeit zeigt Bild 90. Die starke Imperfektion von f_1 = h/100 zeigt den deutlichen Abfall der Tragfähigkeit schon bei einer Schlankheit von λ = 9. Bei der gewählten Wanddicke von 20 cm und Wandhöhe von 180 cm beträgt dann die Vorverformung bereits 1,8 cm. Obwohl sich der Tragfähigkeitsabfall mit steigender Vorverformung deutlich abzeichnet, ist er im Vergleich zum Abfall bei sinkender Mörtelfestigkeit gering.

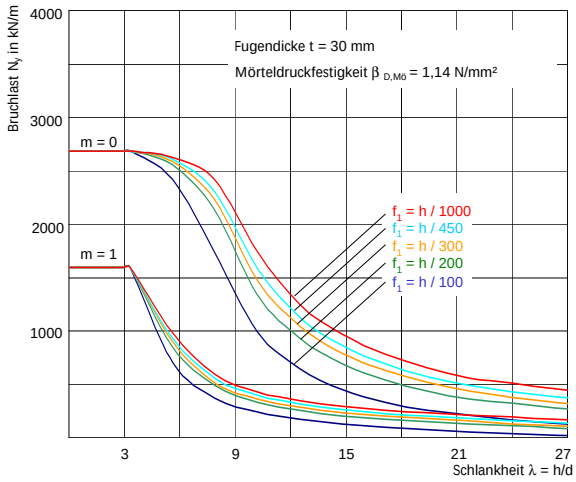


Bild 90 Tragfähigkeit für verschiedene Vorverformungen

Dies bestätigte bereits die Lösung mit der Differentialgleichung nach MANN, wobei ebenfalls einem geringeren Verformungskennwert ein vergleichsweise stärkerer Abfall der Tragfähigkeit folgte.

In Anlage 8.6 sind die vollständigen Kurven für verschiedene Imperfektionen mit sinusförmiger Vorverformung dargestellt.

4.2.4 Qualität und Approximation der Kurvenscharen

Die Qualität der berechneten Kurvenscharen nach Finiter Elemente Methode soll die Lösung zum Stabilitätsproblem nach MANN bestätigen, wobei aber der in dieser Arbeit benutzte rechteckförmige Spannungsblock der Bruchbewertung zugrunde liegt. Bild 91 zeigt für das Beispiel der Finite Elemente Lösungen mit Fugendicken von t = 15 und 30 mm bei einer Mörteldruckfestigkeit von $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm² ausreichende Übereinstimmung mit der analytischen Lösung (gestrichelte Linien) für $E_s = 100 \cdot \beta_{D,MW}$. Für größere Lastausmittigkeiten liegen die Finite Elemente Lösungen erwartungsgemäß unterhalb der Lösung mit der Differentialgleichung, weil die Versagensart Gelenkbildung in der Lagerfuge zu einer geringeren Tragfähigkeit führt, was die Versuchsergebnisse bestätigen. Mit bisher entwickelten Berechnungsmethoden, die auf dem Fasermodell basieren, läßt sich diese Versagensart nicht berücksichtigen.

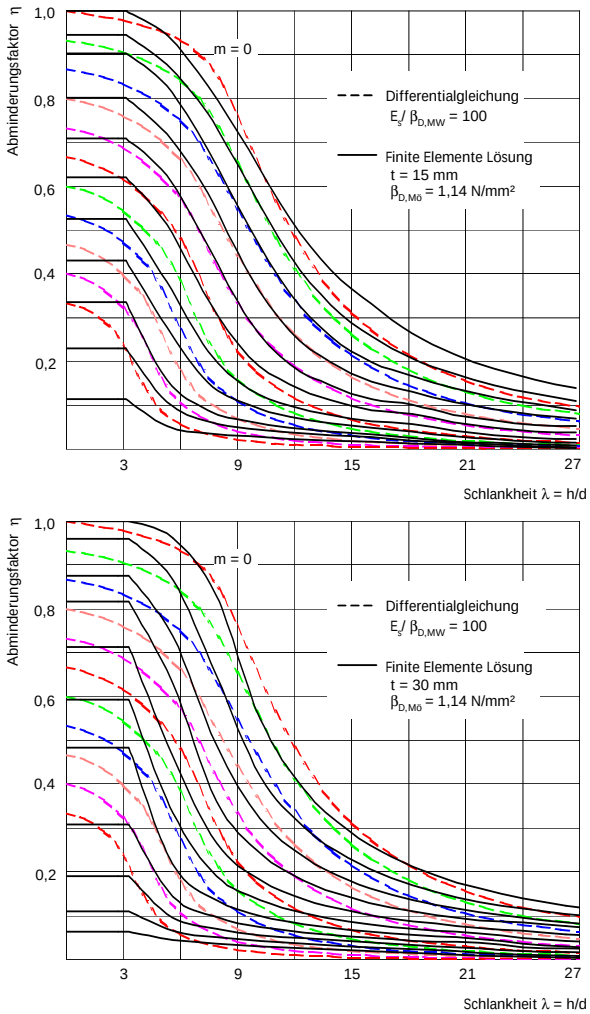


Bild 91 Vergleich der Qualität der Kurvenscharen

Die Approximation der Kurvenschar einer bestimmten Fugendicke ist mit einer einzigen Gleichung, beispielsweise der zweiparametrigen Funktion mit e - Ansatz nach KIRTSCHIG/ ANSTÖTZ [93] möglich, die auch im EC 6 [9] Anwendung findet. Ausgehend von der – aus der Statistik bekannten – Normalverteilung, ist die Form der Gleichung so zu wählen, daß bei der Schlankheit $\lambda = 3$ die Funktion ihr Maximum hat.

(4.9)

$$\eta_{(\lambda,m)} = A \cdot e^{-\frac{1}{2}u^2} \qquad u = \frac{\lambda - \mu}{\sigma}$$

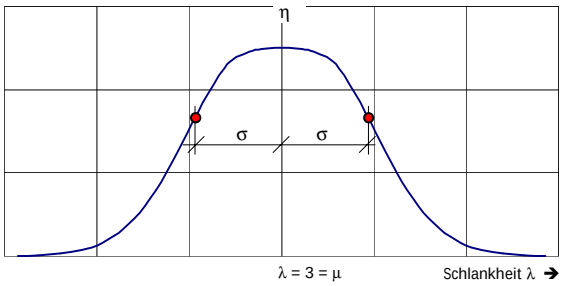


Bild 92 Normalverteilung zur Beschreibung der Abminderungsfaktoren η

Die mittlere quadratische Abweichung σ und der Koeffizient A steuern den Verlauf der Kurven. Als Beispiel der Güte der Approximation (Bild 93) dient ebenfalls die Kurvenschar aus Bild 91 mit der Fugendicke t = 15 mm und Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm². Für größere Lastausmittigkeiten und zunehmende Schlankheit liegt folgende Approximationsgleichung auf der sicheren Seite:

mit $A = 1 - 0{,}44 \cdot m$
und $\sigma = 8 - 4 \cdot m$
folgt

(4.10)

$$\eta_{Approx} = (1 - 0{,}44 \cdot m)\, e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(\lambda-3)}{8-4\cdot m}\right]^2}$$

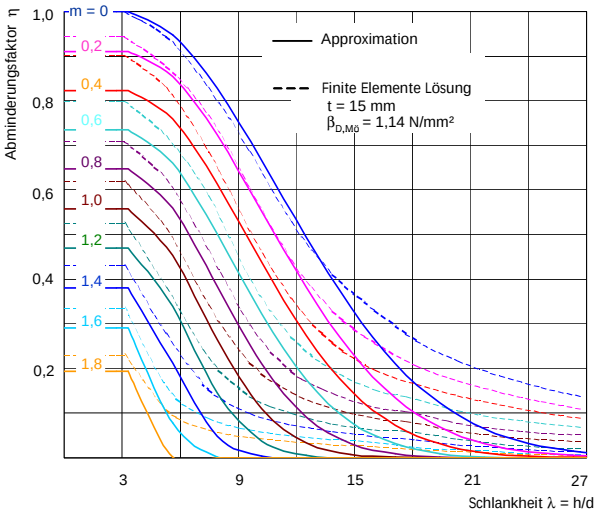


Bild 93 Approximation der Kurvenschar

4.3 Versuche mit Postaer Sandstein

Die Tragfähigkeit bei verschiedener Fugendicke und Mörtelfestigkeit für Mauerwerksschlankheiten bis λ = 27 wurde mit Hilfe des entwickelten Finite Elemente Modells berechnet. Neben dem qualitativen Vergleich der Kurvenscharen mit der Lösung der Differentialgleichung folgten zwei eigene Bestätigungsversuche mit der Fugendicke t = 30 mm im Maßstab 1:1. Der Versuchskörper mit der Schlankheit λ = 16 und der Wanddicke d = 20 cm wurde gegen eine sinusförmig gekrümmte Schiene im Stahlrahmen gemauert (Bild 94), um die Vorverformung mit dem Maximalwert von f_1 = h/300 in Wandmitte zu erreichen. Die gelenkige Lagerung von Fuß- und Kopfpunkt gewährleisteten Stahlwalzen für die 63 cm lange Wand. Der Postaer Sandstein hatte einachsige Festigkeiten – geprüfte Mittelwerte an Würfeln 40 x 40 mm – von $\beta_{D,St}$/ $\beta_{SZ,St}$ = 69,7/ 5,3 N/mm².

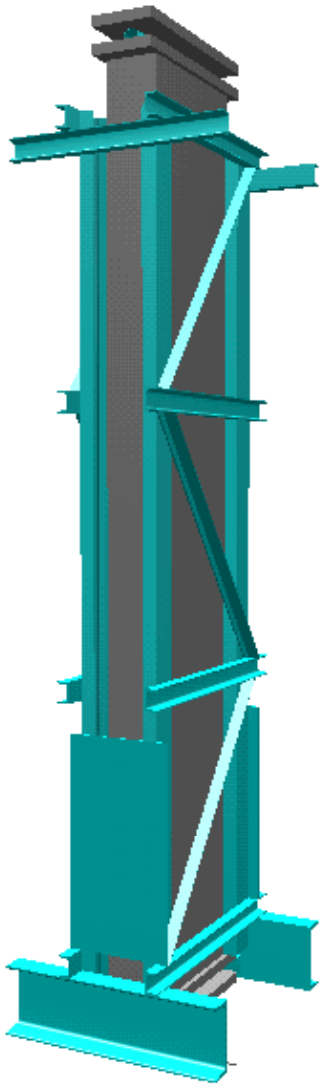


Bild 94 Versuchsaufbau mit Transportrahmen

Die weggesteuerte Prüfmaschine trug die zentrische Belastung in Schritten von zirka 1/10 der Versagenslast innerhalb von 90 Sekunden pro Lastschritt in den Versuchskörper ein, wonach eine Pause von 90 Sekunden folgte. Induktive Wegaufnehmer nahmen neben der Vertikalverschiebung auf beiden Wandseiten auch die Horizontalverschiebung in Wandmitte auf.

Obwohl die Last, von versuchstechnischen Toleranzen abgesehen, genau zentrisch angeordnet war, bewirkt die Vorverformung der Wandebene eine ungleichmäßige Stauchung der beiden Wandseiten. Nahe der Bruchlast entstehen sogar Dehnungen auf der konvexen Oberfläche nach Bild 98. Die Spannungs-Dehnungslinien beider Versuche, als gemittelte Kurve beider Außenseiten, zeigt Bild 95 im Vergleich zur Lösung mit finiten Elementen für verschiedene Mörtelfestigkeiten. Die ausreichende Übereinstimmung des Kurvencharakters ist gerade im Hinblick auf das geometrisch sowie physikalisch nichtlineare Verhalten des Mauerwerks überraschend gut.

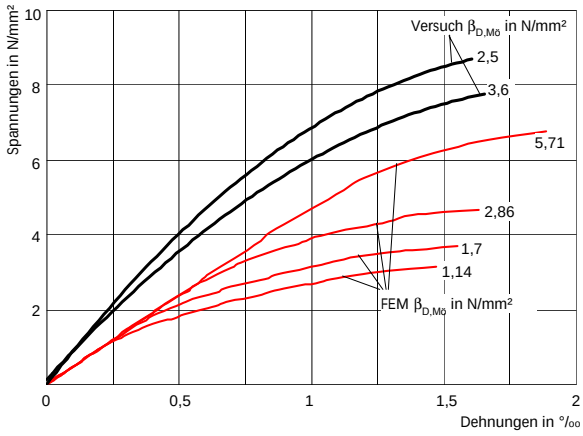


Bild 95 Spannungs-Dehnungslinien

Die Kurven der horizontalen Verschiebung zeigt Bild 96 für beide Versuche im Vergleich zur Finiten Elemente Lösung. Vergleichsweise sind in Bild 97 die Zusatzverformungen bei der Laststeigerung ohne Vorverformung aufgetragen. Deutlich zeichnen sich annähernd gleiche Zusatzverformungen bei größeren Schlankheiten bis zum Versagen ab, wobei die Versagensspannungen bei wachsender Schlankheit sinken; die kritische Ausmittigkeit bildet sich für zunehmende Schlankheit bei geringerer Beanspruchung aus.

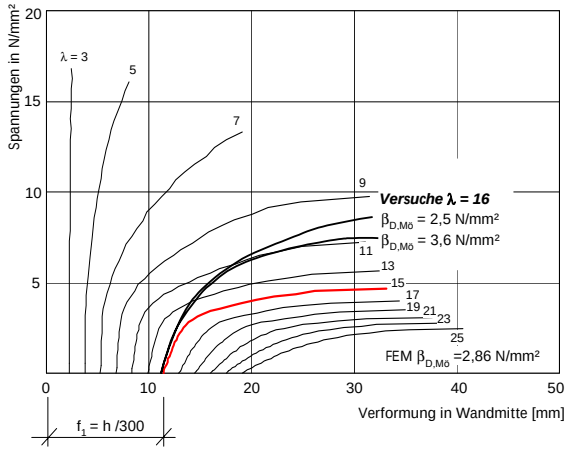


Bild 96 Horizontalverschiebung in Wandmitte mit Vorverformung

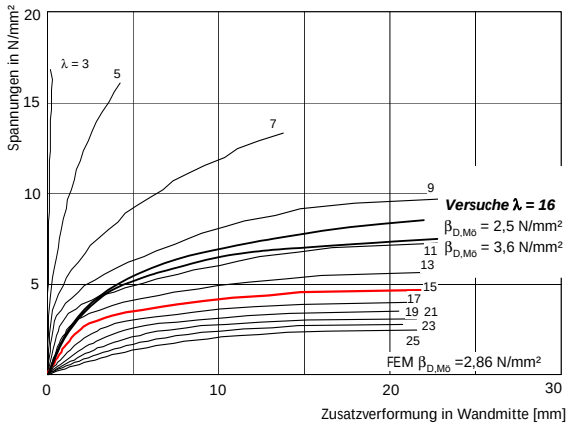
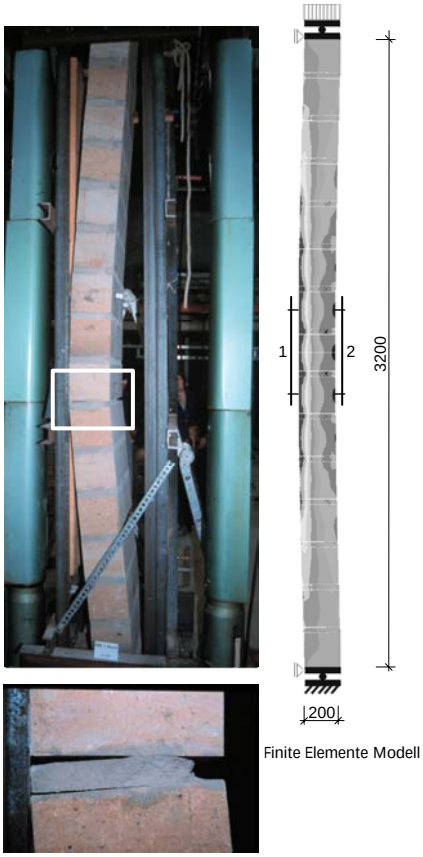


Bild 97 Horizontalverschiebung in Wandmitte ohne Vorverformung

Das Versagen kündigt sich wenige Sekunden zuvor an; eine stark steigende Horizontalverschiebung ist sichtbar. Wie mit dem Finiten Elemente Modell ermittelt, tritt das Versagen mit Gelenkbildung in der Mörtelfuge ein (Bild 98). Der Sandstein bleibt mit Ausnahme kleiner Kantenabplatzungen frei von Brucherscheinungen.

In Bild 99 sind die beiden Versuche den Finiten Elemente Lösungen gegenübergestellt. Es bestätigt sich eine sichere Berechnung mit dem entwickelten Finite Elemente Modell in gleicher Weise, wie bereits bei der Berechnung der Querschnittstragfähigkeit gezeigt. Die Streuung der Versuchsergebnisse verdeutlicht der Umstand, daß die Bruchlast beim zweiten Versuch über der des ersten lag, obwohl hierbei die Mörtelfestigkeit geringer war.



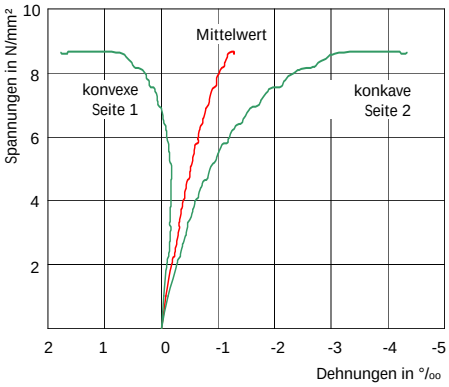


Bild 98 Bruchbild mit Gelenkbildung als Versagenskriterium

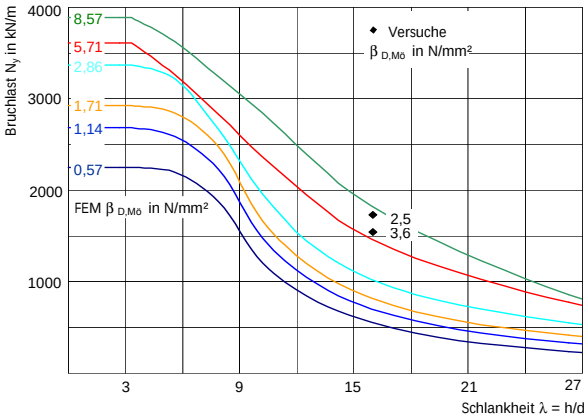


Bild 99 Versagenslasten im Vergleich zur Finiten Elemente Lösung bei zentrischer Belastung

5 Anwendungsbeispiele

5.1 Bogenbrücke

Die Brückenkonstruktion über die Mandau bei Zittau mit zwei tragenden Sandsteinbögen nach Bild 100 ist für die Zukunft in die Brückenklasse 60/30 einzustufen. Die Begutachtung [53] mit realistischen Materialkennwerten der tragenden Sandsteinbögen sollte den Erhalt der historischen Konstruktion ermöglichen.

Benutzt man anstelle des klassischen Stützlinienverfahrens [94, 95] gängige Anwendungssoftware, die die Modellierung der Konstruktion mit Material ohne Zugfestigkeit anbieten, genügen zur Beurteilung der Tragfähigkeit die Kenntnis der Beanspruchbarkeit des Mauerwerks und für die geometrisch nichtlineare Berechnung die Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

Eine nichtlineare Berechnung für das statisch unbestimmte Ausgangssystem ist notwendig, damit sich bei Laststeigerung die Fugen öffnen und sich die Stützlinie einstellen kann. Der Vorteil gegenüber dem klassischen Stützlinienverfahren, wo ein statisch bestimmtes System festliegen muß, besteht darin, daß sich entsprechend der äußeren Belastungssituation die Stützlinie „automatisch" einstellt und keine „ideellen Gelenke" erforderlich sind.

Bild 100 Brücke über die Mandau bei Zittau

Aus ungünstigster Laststellung der Schwerlastwagen [96] berechnete Beanspruchungen müssen kleiner oder gleich der Beanspruchbarkeit des Mauerwerks sein. Mit einer Untersuchung am räumlichen System [97] lässt sich mit der Querverteilung der Lasten über die Brückenbreite der meistbeanspruchte, in Längsrichtung herausgeschnitten gedachte, „1-Meter Streifen" ermitteln.

Nachweis nach geltender Vorschrift

In Anlehnung an die Norm DIN 1053 – 1 [1] und den Ausführungen von MANN [98] ergibt sich folgender Rechenwert der Druckfestigkeit:

Ausgehend von der „ursprünglich geforderten Sicherheitszahl" 3,0 - die auf den Mittelwert der Druckfestigkeit von Wänden der Schlankheit λ = 10 bezogen ist – gelangt man über den Fraktilwert zum Sicherheitsbeiwert 0,8 · 3,0 = 2,4; da dieser erfahrungsgemäß 80% des Mittelwertes[1] beträgt. Bezieht man außerdem den Einfluß von lange wirkenden Lasten gegenüber den Ergebnissen von Kurzzeitversuchen mit dem Faktor 0,85 in die Rechenfestigkeit ein, so verbleibt ein globaler Sicherheitsbeiwert für Wände von γ_{global} = 0,85 · 2,4 = 2,0. Der globale Sicherheitsbeiwert γ_{global} = 2,0 repräsentiert somit das gleiche Sicherheitsniveau wie die „Sicherheitszahl" 3,0.

Der Rechenwert der Druckfestigkeit (β_R) mit theoretischer Schlankheit λ = 0 unterscheidet sich zum Grundwert σ_0, der für die Schlankheit λ = 10 gilt, zu 75% (vergleiche Bild 75), also dem Faktor 1/0,75 = 1,33.

Somit beträgt der Rechenwert der Druckfestigkeit (β_R):

$\beta_R = \gamma_{global} \cdot 1{,}33 \cdot \sigma_0 = 2{,}0 \cdot 1{,}33 \cdot \sigma_0 = 2{,}67 \cdot \sigma_0 = 2{,}67 \cdot 1{,}1$ N/mm² = 2,9 N/mm².

σ_0... Grundwert der zulässigen Druckspannung nach Tabelle 2.1 (linear interpoliert für die Steindruckfestigkeit $\beta_{D,St}$ = 18,3 N/mm²)

Die vorhandene Konstruktion läßt sich bei der hohen Beanspruchung von σ^{Rand} = 4,5 N/mm² nur außerhalb bestehender Vorschriften nachweisen. Ein Abriß dieser wertvollen Bausubstanz mit anschließendem Neubau kann nicht die Lösung darstellen, zumal seit Jahren schwerer LKW-Verkehr die Brücke frequentiert.

[1] Erfahrungswert von künstlichem Mauerwerk gilt für Variationskoeffizient V = 10%.

Vorschlag zum Nachweisverfahren mit charakteristischen Schnittgrößen

Das Bogenmauerwerk aus Schlesischem Sandstein ist im Verband mit Halbsteinüberdeckung senkrecht zur Bogenebene vermauert. Die Quader gehen als ungeteilte Steine über die gesamte Bogendicke. Die Ausführung ist qualitativ sehr hochwertig (Bild 101).

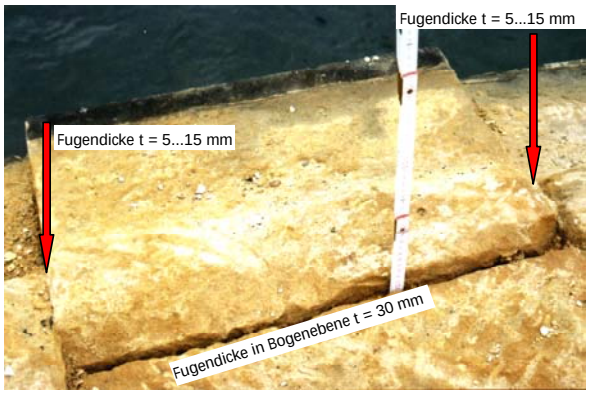


Bild 101 Quadermauerwerk mit Fugendicke t = 5...15 mm in radialer Richtung

Für die Materialprüfung sind im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie Proben (Bild 102) von verschiedenen Bogenteilen zu entnehmen. Die repräsentative Auswahl aus Schlesischem Sandstein ergab als charakteristische Festigkeitswerte[2] eine:

Druckfestigkeit: $\beta_{D,St,5\%} = 18{,}3$ N/mm² und
Zugfestigkeit: $\beta_{Z,St,5\%} = 0{,}9 \cdot \beta_{D,SZ,5\%} = 1{,}72$ N/mm².

Die Spannungs – Dehnungs – Beziehung für den Sandstein zeigt Bild 44 mit einem linearisierten Elastizitätsmodul von etwa 17.000 N/mm² bei einer Bruchdehnung von 2,5 °/oo.

Der Elastizitätsmodul (Druckverformungsmodul) für das Mauerwerk des Bogens läßt sich beispielsweise mit Gleichung (3.3) ermitteln:

$E_{MW} = 0{,}9 \cdot 17.000 = 15.300$ N/mm²

und liegt bei 90% des Elastizitätsmoduls vom Sandstein.

Bild 102 Auswahl von Bohrkernen verschiedener Sandsteinvarietäten

Der Nachweis für den Grenzzustand der Tragfähigkeit wird in Anlehnung an das Verfahren mit Lastfaktoren und Sicherheitsbeiwerten, beispielsweise benutzt beim Wiederaufbau der Frauenkirche zu Dresden [99], im üblichen Format durch den Vergleich der äußeren Beanspruchung S_d mit der inneren Beanspruchbarkeit R_d durchgeführt ($S_d \leq R_d$). Die mit den Lastfaktoren γ_j multiplizierten Einwirkungen S_j (Eigen-, Verkehrslasten usw.) müssen kleiner oder gleich dem durch den Sicherheitsbeiwert des Materials γ_M dividierten Tragwiderstand R sein.

$$S_d = \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \cdot S_j \leq \frac{R}{\gamma_M} = R_d$$

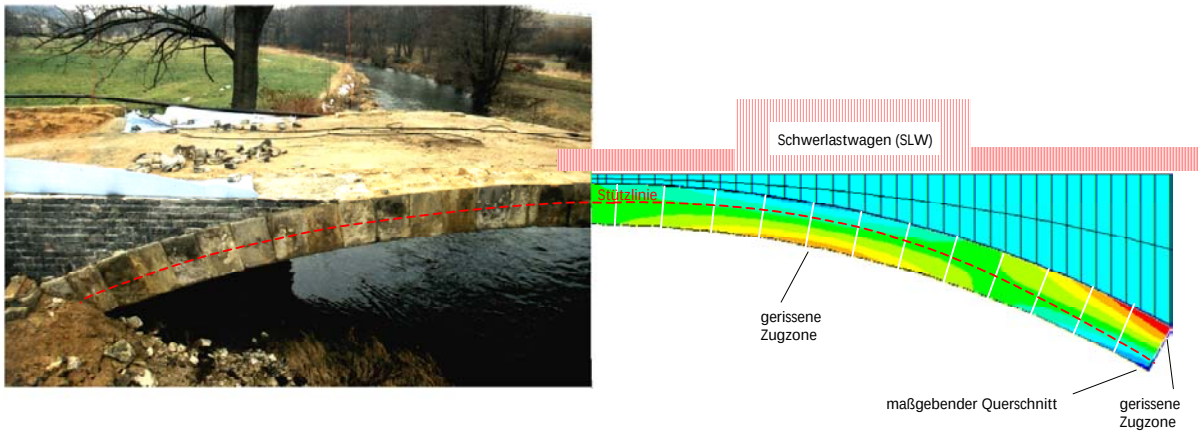


Bild 103 Lastenzug mit zugehöriger Stützlinie für eine bestimmte Lastkombination

[2] 5%-Fraktilwert bei 95%-iger Aussagewahrscheinlichkeit

Lastfaktoren:

γ_G = 0,90	oder 1,35	Eigenlasten
γ_P = 0	oder 1,5	Verkehrslasten
γ_T = 0	oder 1,0	Temperaturlasten

Sicherheitsbeiwert:

γ_M = 2,0 — Materialsicherheit als 5%-Fraktil bei 95%-iger Aussagewahrscheinlichkeit

Die Beanspruchung des Bogens ist an maßgebenden Querschnitten, die bei dem gewählten konischen Bogen nicht von vornherein feststehen, mit jeweils ungünstigster Lastkombination auszuwerten (Bild 103); programmtechnische Lösungen beispielsweise nach BUSCH [100] erleichtern die Suche der maßgebenden Stellen.

Für unsymmetrische Laststellung aus dem Lastenzug der Verkehrsbeanspruchung – beispielsweise im Viertelpunkt des Bogens – ist es möglich, daß am Kämpferschnitt dann maximale Beanspruchungen entstehen, wenn das Lastband vor und hinter dem SLW (Restflächenlast) nicht vorhanden ist. Weiterhin ist es in Abhängigkeit der Geometrie denkbar, daß der Lastfaktor der Eigenlast von γ_G = 0,90 bei unsymmetrischer Verkehrslast ungünstig wirkt und dabei größere Beanspruchungen im Vergleich zum Lastfaktor γ_G = 1,35 entstehen.

Der Lastfall Temperatur (Abkühlung) läßt sich für das statisch unbestimmte Ausgangssystem nur mit einer nichtlinearen Analyse nachweisen, damit bei Abkühlung durch das Öffnen der Fugen die Resultierende im Querschnitt verbleiben kann.

Die Beanspruchung folgt aus maßgebenden Lastkombinationen, wovon einige in Tabelle 5.1 eingetragen sind.

Die Beanspruchbarkeit R_d für den Schnitt am Kämpfer ergibt sich mit charakteristischen Schnittgrößen aus Bild 104 zu $R_d = N_y / \gamma_M$ in kN pro 1,0 m Brückenbreite. Für die Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 3,5 N/mm² beträgt die Beanspruchbarkeit bei einer Ausmittigkeit der Stützlinie von m = 1,5 (LK 1):

$R_d = R / \gamma_M = 5050 / 2{,}0 = 2525$ kN/m

Der Nachweis ausreichender Tragfähigkeit ist in tabellarischer Form (Tabelle 5.1) übersichtlich durchführbar. Für den Schnitt am Kämpfer lassen sich alle Lastkombinationen nachweisen.

Bild 105 zeigt die Abminderung der Tragfähigkeit für den Querschnitt am Kämpfer im Vergleich zu den Annahmen einer dreieck- und rechteckförmigen Spannungsverteilung über den Querschnitt. Für größere Lastausmitten liegen die Abminderungsfaktoren, wie in Abschnitt 3.4 dargelegt, unter denen der Vorschriften [1, 9].

Nachweis: Querschnitt am Kämpfer							
	Lastfälle (γ_i)				***Beanspruchung S_d***		***Beanspruchbarkeit R_d***
LK	Eigenlast	Verkehr	Temperatur -30K	...	Normalkraft in kN/m	bez. Ausmitte m=6e/d	$R_d = N_{Ausmitte} / \gamma_M$
1	1,35	1,5	0	...	967	1,5	2525
2	1,35	1,5	1,0	...	873	2,1	932
3	0,90	1,5	0	...	757	1,6	2230
4	...	...	...	...			

Tabelle 5.1 Lastfälle und Lastkombinationen und Nachweis mit Schnittkräften

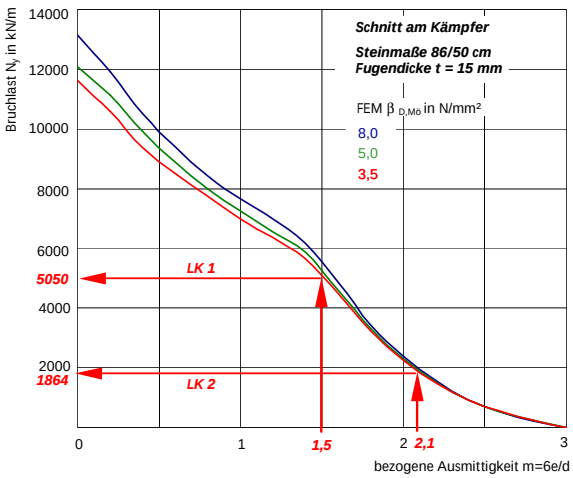


Bild 104 charakteristische Schnittkräfte für verschiedene Mörtelfestigkeiten

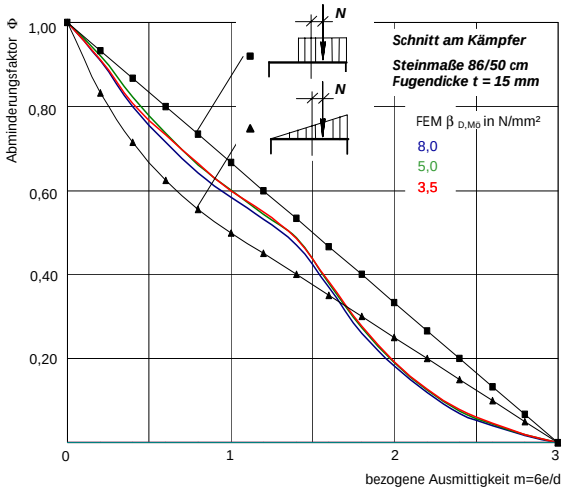


Bild 105 Abminderungsfaktor für bezogene charakteristische Schnittkräfte

5.2 Tonnengewölbe

Betrachtet man beispielsweise eine Bogenkonstruktion nach Bild 106 mit d = 20 cm und Fugendicke t = 3,0 cm, dann ist der statische Nachweis auch in ähnlich praktikabler Weise durchführbar. Nach Eintragen der Beanspruchung im Diagramm (Bild 105) erkennt man, ob diese kleiner als die Beanspruchbarkeit ist.

Moment – Normalkraft – Interaktionsbeziehungen ergeben sich mit bezogenen Querschnittstragfähigkeiten nach Anlage 8.4. Auf einfache Weise lassen sich für verschiedene geometrische Bedingungen entsprechende Interaktionskurven nach Gleichung 3.2 aufstellen.

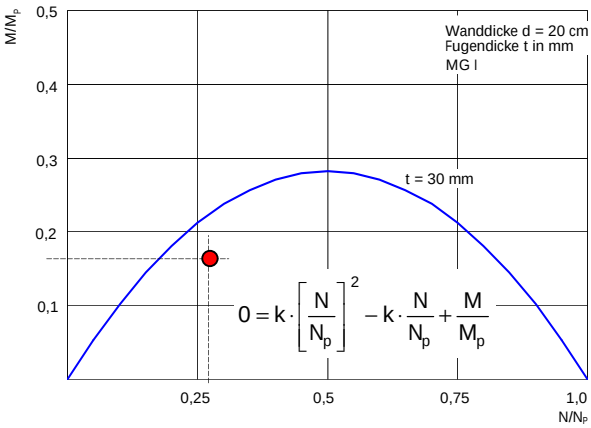


Bild 105 Moment – Normalkaft - Interaktionsbeziehung

Bild106 Sandsteinbogen mit dickerer Fuge

6 *Zusammenfassung*

Die Berechnung von Natursteinmauerwerk unter beliebiger Lastausmitte und Mauerwerksschlankheit wird am Quadermauerwerk aus Postaer Sandstein aufgezeigt. Materialeigenschaften von Stein und Mörtel, sowie beliebige geometrische Bedingungen des Wandaufbaus sind realitätsnah im entwickelten Mauerwerksmodell aus finiten Elementen berücksichtigt. Als Materialparameter benötigt man neben den elastischen Kennwerten – Elastizitätsmodul und Querdehnzahl – die einachsige Druck- und Zugfestigkeit des Steins und die Druckfestigkeit des Mörtels.

Der Mörtel stellt im Modell ein elastisch - idealplastisches Material dar. Wirkt an einem Punkt im Mörtel ein Spannungszustand, der auf die definierte Fließfläche nach DRUCKER-PRAGER trifft, verformt sich der Mörtel an diesem Punkt plastisch und entzieht sich weiterer Laststeigerung; wachsende Beanspruchungen lagern sich auf Nachbarbereiche um. Für den Stein bildet die Brucheinhüllende nach MOHR-COULOMB im Hauptspannungsraum die Grenze möglicher elastischer Spannungszustände. Steigt die Spannung eines Punktes im Stein bis zur Brucheinhüllenden an, ist im rechnerischen Modell für den sprödbrüchigen Sandstein die Bruchlast erreicht. Die Versagensarten Steinversagen und Gelenkbildung in der Lagerfuge bestimmen die Versagenslast. Ein Gelenk bildet sich bei Laststeigerung derart aus, daß sich die Lastübertragungsfläche in der Fuge verkleinert und das System mit zusätzlich gebildetem Gelenk instabil wird, ohne dabei die Steinfestigkeit zu erreichen.

Für den Bruchzustand sind unter zentrischen und exzentrischen Lasten die Spannungsverteilungen in Stein und Mörtel für Quadermauerwerk im Ergebnis der Finiten Elemente Berechnung graphisch dargestellt. Die berechneten Traglasten und ablesbaren Versagensarten sind den Versuchsergebnissen gegenübergestellt und zeigen eine gute Übereinstimmung. In Form von Diagrammen sind für 20 cm dickes Quadermauerwerk aus Postaer Sandstein die Querschnittstragfähigkeit unter wichtigen Einflüssen wie Fugendicke, Mörtelfestigkeit, Steinformat und Lastausmittigkeit dargestellt.

Spezielle Mauerwerksstrukturen, die nicht mit den aufgestellten Kurven analysierbar sind, lassen sich nach angepaßtem Modell in gleicher Weise berechnen. Dies trifft neben Geometrie- und Festigkeitswerten auch auf beliebige Laststellungen zu.

Für bisher fehlende Stabilitätsuntersuchungen zum Natursteinmauerwerk besteht mit dem rechnerischen Modell nun ein Hilfsmittel, die Tragfähigkeit unter wesentlichen Einflußfaktoren genauer zu berechnen. Eine hohe Qualität der Ergebnisse läßt sich erreichen, wenn das Finite Elemente Modell vergleichbare Verformungseigenschaften (Spannungs-Dehnungs-Beziehung) wie im Experiment ermittelt besitzt. Berechnete Zusatzverformungen nach Theorie II. Ordnung sind dann realitätsnah abgebildet.

Der Einfluß von Fugendicke und Mörtelfestigkeit auf die Tragfähigkeit ist in Form von praktisch nutzbaren Diagrammen ausgewertet. Für den Gebrauch führen angegebene Versagenslasten – behaftet mit Sicherheitsbeiwerten – zur Beanspruchbarkeit, die kleiner oder gleich den mit Lastfaktoren behafteten äußeren Einwirkungen sein muß. Experimente im Maßstab 1:1 bestätigen eine sichere Einschätzung der Tragfähigkeit mit dem rechnerischen Modell sowohl für die Querschnittstragfähigkeit als auch für Wände unter Schlankheitseinfluß.

7 Ausblick

Die aufgezeigten Ergebnisse zur Tragfähigkeit von Natursteinmauerwerk sind mit finiten Elementen am Vertikalschnitt aus einer sehr langen Wand entstanden, wo ein ebener Verzerrungszustand herrscht. Die Reduzierung auf das ebene System hat die Möglichkeit eröffnet, mit der verfügbaren Computertechnik in vertretbarer Zeit einige tausend Rechnerversuche durchzuführen und daraus Tragfähigkeitskurven aufzustellen. Die Versagenslast des Mauerwerks wird mit Hilfe der drei Hauptspannungen berechnet.

Eine Weiterentwicklung der Computertechnik vorausgesetzt, sollten Tragfähigkeitsberechnungen an räumlichen Mauerwerksstrukturen beliebiger Geometrie – wie zum Beispiel Gewölben, Bruchstein- und mehrschaligem Mauerwerk – möglich sein. Das vorgestellte Verfahren bildet dafür die Grundlage, da die Versagenslast im räumlichen Spannungszustand ermittelt wird. Vorstellbar ist die Berechnung von schlanken Mauerwerksstrukturen unter Biegung, Normalkraft- und Schubbeanspruchung, wobei die gerissene Zugzone zwischen Stein und Mörtel die Versagenslast stark beeinflußt.

Zur Zeit verfügbare Berechnungsmöglichkeiten [80, 101, 102 und 103] berücksichtigen bereits eine Mauerwerkskonstruktion unter mehrachsiger Beanspruchung; allerdings wird das Mauerwerk als Kontinuum betrachtet und entscheidende örtliche Einflüsse bei schlanken Konstruktionen, wie Versagen durch Gelenkbildung in der Lagerfuge, lassen sich nicht berücksichtigen. Massive Konstruktionen sind dagegen mit dem Kontinuumsmodell schon heute sehr gut abzubilden.

Für die Entwicklung neuer Ziegelformate mit – hinsichtlich bauphysikalischer Eigenschaften – optimierter Geometrie, bietet die räumliche Modellierung [104] nach Bild 107 eine Möglichkeit, begleitende statische Untersuchungen zu führen und Schwächen noch vor den Experimenten im Maßstab 1:1 zu erkennen. Die Einflüsse verschiedener Parameter auf die Momentenbeanspruchung am Wand-Decken-Knoten sind ebenso analysierbar wie das Tragverhalten unter Schubbeanspruchung der Wand, die aus Wind- und Erdbebenlasten sowie Setzungsdifferenzen herrühren.

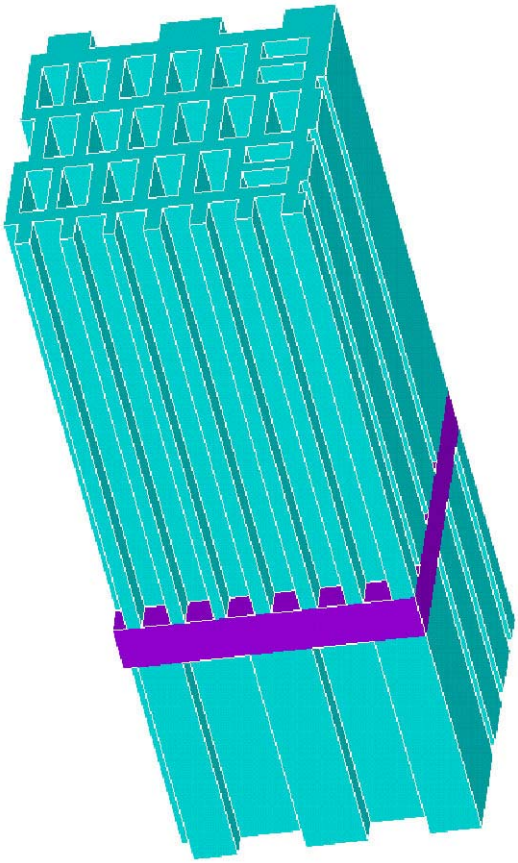


Bild 107 Modellausschnitt von Ziegelmauerwerk

8 Anlagen

8.1 Anlage 1: Empirische Formeln zur Berechnung von Mauerwerk unter zentrischer Belastung

Berechnungsformel	Autor	Jahr
$\beta_{MW} = \beta_{St} \cdot \frac{6 + 0{,}1 \cdot \beta_{Mö}}{12 + 5 \cdot \frac{h_{MW}}{d_{MW}}}$ $\quad h_{St} = 6{,}5\ \text{cm}, \quad \beta_{Mö} = 60 \frac{kg}{cm^2}$	Kreüger (alt)	1916
$\beta_{MW} = \frac{\beta_{St} \cdot (4 + 0{,}1 \cdot \beta_{Mö})}{16 + 3 \cdot \frac{h_{MW}}{d_{MW}}} + e$ $\quad e = 1{,}0\ N/mm^2$ für gute Ausführung	Graf	1926
$\beta_{MW} = 0{,}377 \cdot \beta_{St} + 0{,}423 \cdot \beta_{Mö} - 27{,}35 \log_s + 14{,}3$	Drögsler (alt)	1933
$\beta_{MW} = \frac{\beta_{St}}{2} - \frac{180}{\sqrt{\beta_{St}}} \cdot \left[\frac{\max \beta_{St}}{\min \beta_{St}} + \left(\frac{\beta_{St} - \beta_{Mö}}{100} \right)^2 \right]$	Voellmy	1937
$\beta_{MW} = 0{,}736 \cdot \beta_{Stbz} - \frac{221{,}5}{\beta_{Mö}} + 28{,}6$	Drögsler (neu)	1938
$\beta_{MW} = 2 \cdot \beta_{St}^{0,5} + 3 \cdot \beta_{Mö}^{0,33}$	Hansson	1939
$\beta_{MW} = 0{,}45 \cdot \beta_{St}^{0,66} \cdot \beta_{Mö}^{0,33}$	Herrmann	1942
$\beta_{MW} = \left(\frac{\beta_{St}}{\gamma_{St}^3} + 3{,}5 \cdot \gamma^2 \right) \cdot \frac{6 + 0{,}1 \cdot \beta_{Mö}}{8 + 2{,}5 \cdot \frac{h_{MW}}{d_{MW}}} \cdot \sqrt{h_{St}}$ $\quad h_{St} = 6{,}5\text{cm}, \quad \beta_{Mö} = 60 \frac{kg}{cm^2}$	Kreüger (neu)	1943
$\beta_{MW} = \beta_{Mö} + 0{,}6 \cdot \beta_{St}^{0,66}$ für Kalkmörtel	Nylander	1944
$\beta_{MW} = 3{,}61 \cdot \beta_{Mö}^{0,25} \cdot \frac{\beta_{St} - 0{,}15 \cdot (\max \beta_{St} - \min \beta_{St})}{9{,}71 + \beta_{St}^{0,5}}$	Suenson	1944
$\beta_{MW} = \left(\sqrt{1 + 0{,}15 \cdot \beta_{St}} - 1 \right) \cdot (8 + 0{,}057 \cdot \beta_{Mö})$	Haller	1947
$\beta_{MW} = \left(14 + \frac{\beta_{St}}{5{,}9} - \frac{\beta_{St}^2}{5200} \right) \cdot \frac{\sqrt{\beta_{Mö}} + 0{,}5}{\sqrt{h_{MW}} + 12{,}7} \cdot h_{St}$ für Kalkmörtel; $\beta_{St} < 35 \frac{N}{mm^2}$ $\beta_{MW} = \left(23 + \frac{\beta_{St}}{13} \right) \cdot \frac{\sqrt{\beta_{Mö}} + 0{,}5}{\sqrt{h_{MW}} + 12{,}7} \cdot h_{St}$ für Kalkmörtel; $\beta_{St} > 35 \frac{N}{mm^2}$ $\beta_{MW} = \left(12 + \frac{\beta_{St}}{6{,}5} \right) \cdot \frac{\sqrt{\beta_{Mö}}}{\sqrt{h_{MW}} + 12{,}7} \cdot h_{St}$ für Kalkzementmörtel $\beta_{MW} = \left(6 + \frac{\beta_{St}}{6{,}5} \right) \cdot \frac{\sqrt{\beta_{Mö}}}{\sqrt{h_{MW}} + 12{,}7} \cdot h_{St}$ für Zementmörtel	Ekblad	1949
$\beta_{MW} = \beta_{St} \cdot \frac{0{,}33 \cdot \beta_{St} + 15}{\beta_{St}} \cdot \left(1 - \frac{0{,}2}{0{,}3 + \frac{\beta_{Mö}}{\beta_{St}}} \right)$ $\beta_{MW} = \left(0{,}33 + \frac{1}{\beta_{St}} \right) \cdot \left(1 - \frac{0{,}2}{0{,}3 + \frac{\beta_{Mö}}{\beta_{St}}} \right)$ $\beta_{MW} = (0{,}33 \cdot \beta_{St} + 15) \cdot \left(\frac{0{,}1 \cdot \beta_{St} + \beta_{Mö}}{0{,}3 \cdot \beta_{St} + \beta_{Mö}} \right)$	Oniszczyk	1951
$\beta_{MW} = \beta_{St}^{0,5} \cdot \beta_{Mö}^{0,33}$	Bröcker	1961
$\beta_{MW} = k \cdot \beta_{St}$ mit $k = 0{,}297$ Zementmörtel 1:3 $k = 0{,}177$ Kalkzementmörtel 1:1:6 $k = 0{,}138$ Kalkmörtel 1:3	Monk	1967
$\beta_{MW} = 5/7 \cdot \beta_{St}^{0,5} \cdot \beta_{Mö}^{0,25}$	Brenner	1973
$\beta_{MW} = a + b \cdot \beta_{Mö} + c \cdot \beta_{St}$ mit $a = 2{,}87$; $b = 0{,}081$; $c = 0{,}457$ für $\beta_{St} < 10 \frac{N}{mm^2}$ mit $a = 1{,}59$; $b = 0{,}205$; $c = 0{,}189$ für Kalksandvollsteine; $\beta_{St} > 10 \frac{N}{mm^2}$; $\beta_{Mö} \geq 0{,}1 \frac{N}{mm^2}$ mit $a = 21{,}3$; $b = 0{,}273$; $c = 0{,}252$ für Kalksandsteine; $\beta_{St} > 10 \frac{N}{mm^2}$; $\beta_{Mö} > 1{,}0 \frac{N}{mm^2}$	Kirtschig	1975
$\beta_{MW} = 0{,}83 \cdot \beta_{St}^{0,66} \cdot \beta_{Mö}^{0,18}$	Mann	1982
$\beta_{MW} = 1{,}01 \cdot \beta_{St}^{0,674} \cdot \beta_{Mö}^{0,061}$ Gasbeton: Normalmörtel $\beta_{MW} = 0{,}787 \cdot \beta_{St}^{0,953}$ Gasbeton: Dünnbettmörtel, übliche Qualität $\beta_{MW} = 0{,}876 \cdot \beta_{St}^{0,893}$ Gasbeton: Dünnbettmörtel, vollflächig und glatt	Mann, Zahn	1986
$\beta_{MW} = 0{,}4 \cdot \beta_{St}^{0,75} \cdot \beta_{Mö}^{0,25}$	EC 6	2000

8.2 Anlage 2: Sandsteinvorkommen in Deutschland mit Angaben zu mechanischen Kennwerten

(Zusammenstellung aus [44], Karte aus [105])

1 Bentheimer Sandstein
2 Ibbenbürener Sandstein
3 Obernkirchner Sandstein
4 Velpker Sandstein
5 Ummendorfer Sandstein
6 Baumberger Sandstein
7 Roter Wesersandstein
8 Anröchter Grünsandstein
9 Rüthener Grünsandstein
10 Ruhrsandstein
11 Uder Sandstein
12 Waldecker Sandstein
13 Lindlarer Grauwacke
14 Sandsteine des Elbsandsteingebirges: Cottaer, Postaer, und Reinhardsdorfer Sandstein, Wehlensteiner Stein
15 Seeberger Sandstein
16 Friedewalder Sandstein
17 Dermbacher Sandstein
18 Völkersleier Sandstein
19 Roter Eifeler Sandstein
20 Gelber Mainsandstein: Albersdorfer, Bucher, Burgpreppacher, Gereuther und Heiligersdorfer Sandstein
21 Trebgaster Sandstein
22 Weißer Mainsandstein: Neu- und Schönbrunner Sandstein
23 Sander Sandstein
24 Wüstenzeller Sandstein
25 Abtswinder Sandstein
26 Roter Mainsandstein: Ebenheider, Eichenbühler, Dietenhaner und Mildenberger Sandstein
27 Udelfanger und Kerscher Sandstein
28 Olsbrücker Sandstein
29 Leistadter Sandstein
30 Haardter Sandstein
31 Pfälzer Buntsandstein (Schweinstaler Sandstein)
32 Neckartäler Sandstein
33 Heilbronner, Maulbronner, und Pfaffenhofener Sandstein
34 Worzeldorfer Sandstein
35 Obererlbacher und Wernsdorfer Sandstein
36 Roter Schwarzwälder Sandstein (Pfinztäler Sandstein)
37 Pfrondorfer Rhätsandstein
38 Roter Schwarzwälder Sandstein (Seedorfer Sandstein)
39 Grüntenstein-Sandstein
40 Ihrlersteiner Grünsandstein
41 Zeitzer Sandstein
42 Zwickauer Kohlesandstein
43 Schlesischer Sandstein

Mechanische Kennwerte ausgewählter Sandsteine

Sandstein		***mittlere Druckfestigkeit [N/mm²]***		***mittlere Biegezugfestigkeit [N/mm²]***		***E- Modul [N/mm²]***		***Bauwerk*** aus Wolf- Dieter Grimm Bildatlas wichtiger Denkmalgesteine der BRD (1990)
		Schichtung		***Schichtung***		***Schichtung***		
		⊥	∥	⊥	∥	⊥	∥	
Abtswinder Sandstein	⊥ und ∥	43		3,6				
Anröchter Grünsandstein	⊥ und ∥	141						Kirche in Anröchte; Arbeitsamt Nehheim; Plastik im Bergental- Park in Soest
Baumberger Sandstein	⊥ und ∥							Kölner Dom; Dom in Münster; Dom St. Petrus in Osnabrück; Billerbecker Dom
Bentheimer Sandstein	⊥ und ∥	78		4,2				
Bucher Sandstein	⊥ und ∥	39	36					Atlantik- Bazar Nürnberg; Burg Rabenstein; Eku- Brauerei Kulmbach; Dom Bamberg
		38						
Cottaer Sandstein	⊥ und ∥	35	35	4,2	3,7	11.000	13.100	Kunstakademie und Zwinger in Dresden; Wendelstein Torgau
		35		3,9		12.050		
Ebenheider Sandstein	⊥ und ∥							TU Berlin; Neubaukirche in Würzburg; Elisabethkirche Marburg; Dom zu Trier; Dreifaltigkeitskirche Worms; Rathaus in Worms
Ibbenbürener Sandstein	⊥ und ∥	121		7,6				
Ihrlersteiner Grünsandstein	⊥ und ∥	42	39					
		41						
Karlshafer Sandstein/rot	⊥ und ∥	135						
Maulbronner Sandstein	⊥ und ∥							Kloster Maulbronn; Bundesgerichtshof Karlsruhe; Bahnhöfe Karlsruhe, Basel, Amsterdam, Frankfurt/ Main und Mainz
Obernkirchner Sandstein	⊥ und ∥	106	101	8,1	7,8			Rathaus, Schloß und evangelische Kirche in Bückeburg; Rathaus in Bremen
		103		7,9		19.800		
Oelsaer Sandstein	⊥ und ∥	16	13					
		15						
Postaer Sandstein	⊥ und ∥	60	51	4,5	3,4	21.000	19.000	Frauenkirche und Zwinger in Dresden
		56		4,0		20.000		
Rüthener Grünsandstein	⊥ und ∥							Kirchhofsportal in Rüthen; Reformierte Kirche in Lippstadt; Gerichtsgebäude in Soest; Ruhrbrücke in Laer
Reinhardtsdorfer Sandstein	⊥ und ∥	53		4,5				
Rohrschacher Sandstein	⊥ und ∥	75		7,0				
Ruhrsandstein	⊥ und ∥	128	159					
		140		7,6				
Sander Sandstein	⊥ und ∥	65	57					Residenz und Urselinenkloster Würzburg; Schloß Castel in Gent (B); Schloß Wiesentheid; Schloß Seehof in Bamberg
		61		6,7		9.000		
Schlesischer Sandstein	⊥ und ∥	36		2,1 ($\beta_{SZ,St}$)		15.200		
Schönbucher Sandstein	⊥ und ∥							
Schwarzwälder Sandstein	⊥ und ∥	80		7,7				
Seeberger Sandstein	⊥ und ∥	56	72					
		64		9,5				
Udelfanger Sandstein	⊥ und ∥	67	63					
		65		7,4				
Ummendorfer Sandstein	⊥ und ∥	59	51	9,9	9,6	17.750	18.000	
		55		9,8		17.875		

Sandstein		***mittlere Druckfestigkeit [N/mm²]***		***mittlere Biegezugfestigkeit [N/mm²]***		***E- Modul [N/mm²]***		***Bauwerk*** aus Wolf- Dieter Grimm Bildatlas wichtiger Denkmalgesteine der BRD (1990)
		Schichtung		***Schichtung***		***Schichtung***		
		⊥	∥	⊥	∥	⊥	∥	
Wehlensteiner Stein	⊥ und ∥	44		4,0				
		34	30					
Welschufer Sandstein	⊥ und ∥	32						
		35	29	4,1	4,6	10.550	10.950	
Wendischkarsdorfer	⊥ und ∥	32		4,4		10.750		
								Nürnberger Burg; Grabdenkmale auf dem St. Johannis- und dem
Worzeldorfer Sandstein	⊥ und ∥	163		16,0				St. Rochus- Friedhof in Nürnberg
		92	91					Union League Philadelphia; Weltausstellungsgebäude in Brüssel;
Wüstenzeller Buntsandstein	⊥ und ∥	91						Pompejanum in Aschaffenburg; Schloß in Mannheim
		103	131	8,6	7,7	46.800	31.000	Zeitzer Dom; Moritzburg (Zeitz)
Zeitzer Sandstein	⊥ und ∥	117		8,1		38.900		
		28	28	1,9	3,8	3.600	5.900	Zwickauer Dom
Zwickauer Kohlesandstein	⊥ und ∥	28		2,9		4.750		

8.3 Anlage 3: Spannungsverteilung im Bruchzustand in Stein und Lagerfuge

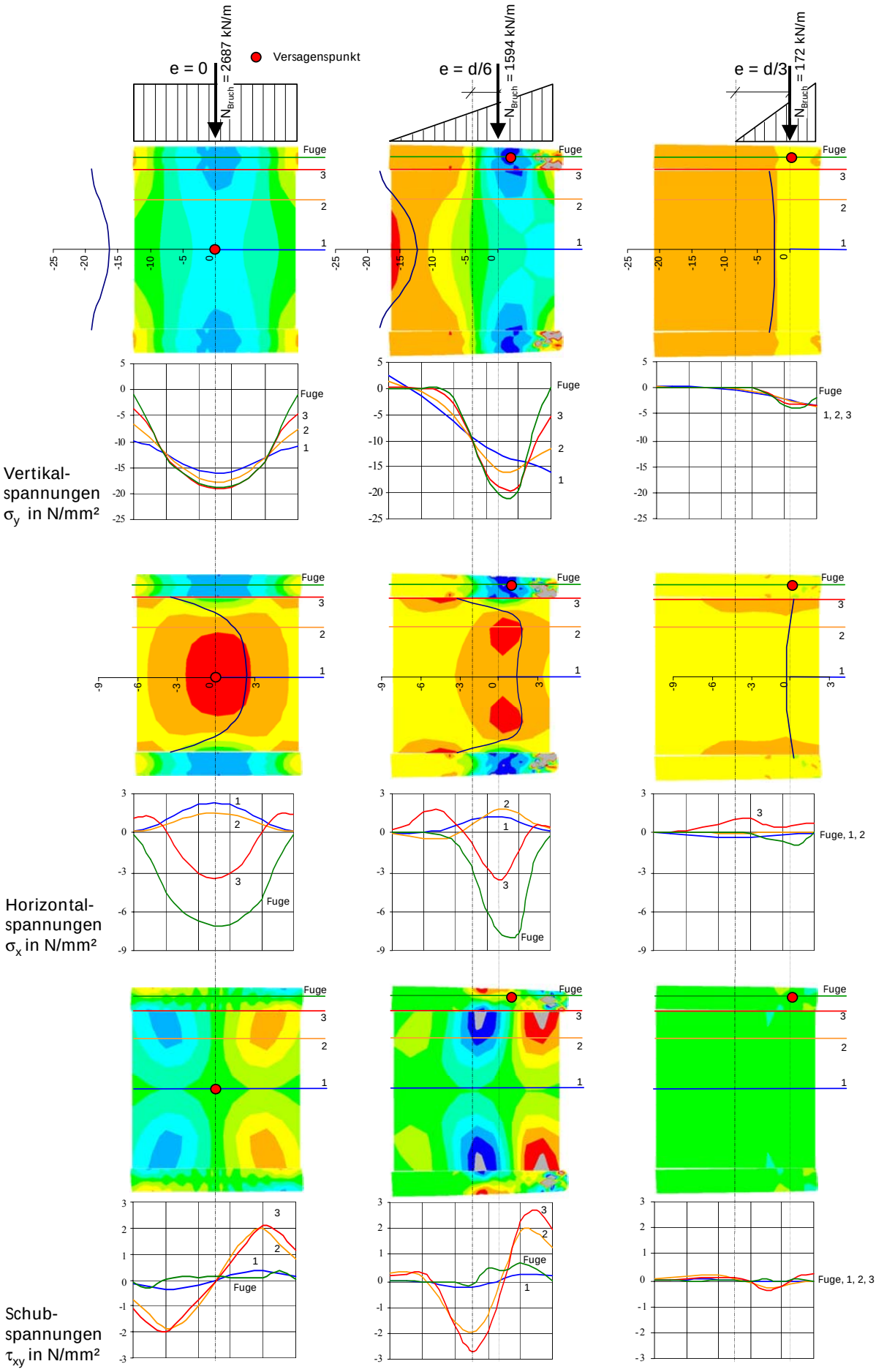


Bild 108 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 30 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm², Steinformat 20 x 20 cm***

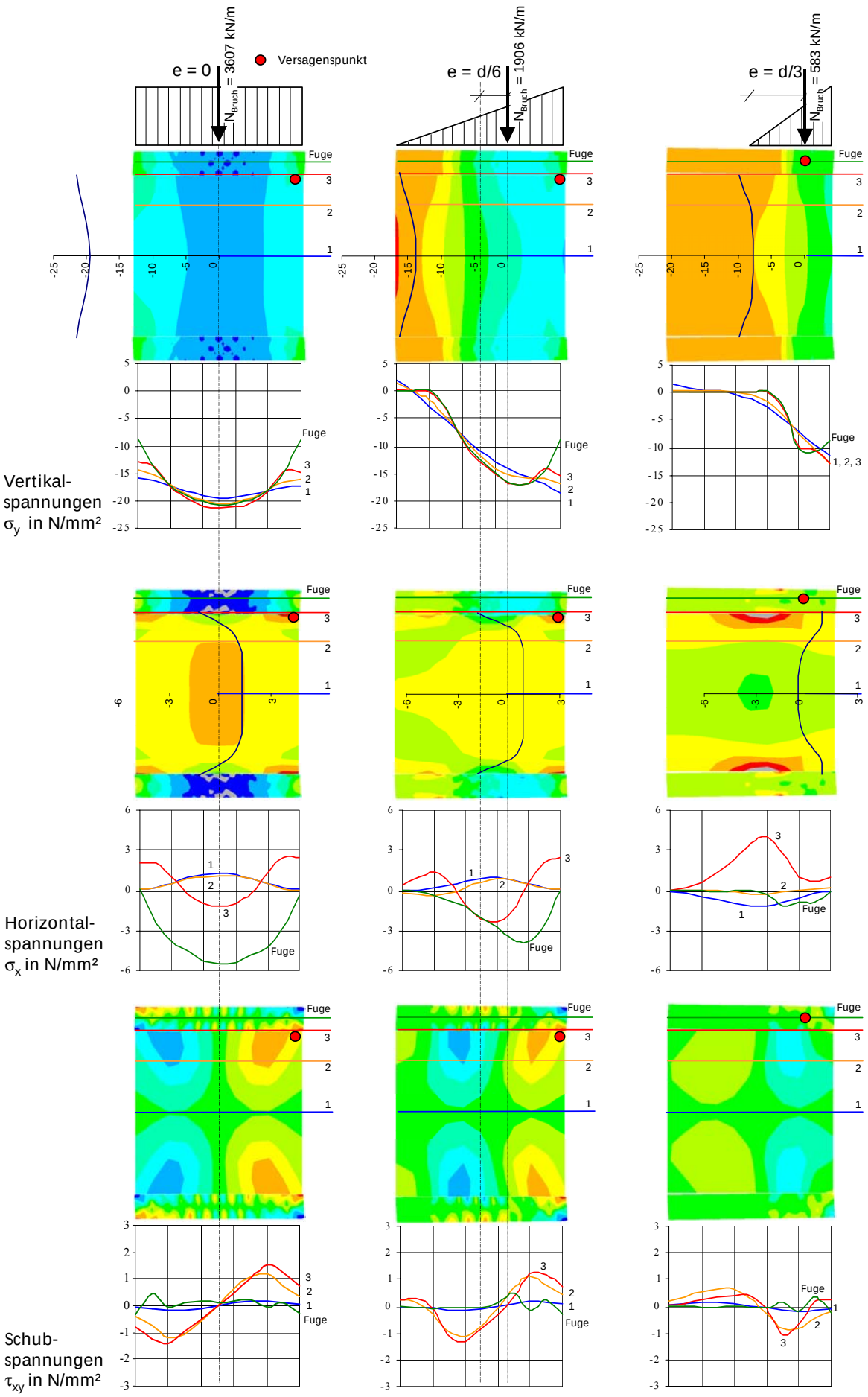


Bild 109 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 30 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 5,71 N/mm², Steinformat 20 x 20 cm***

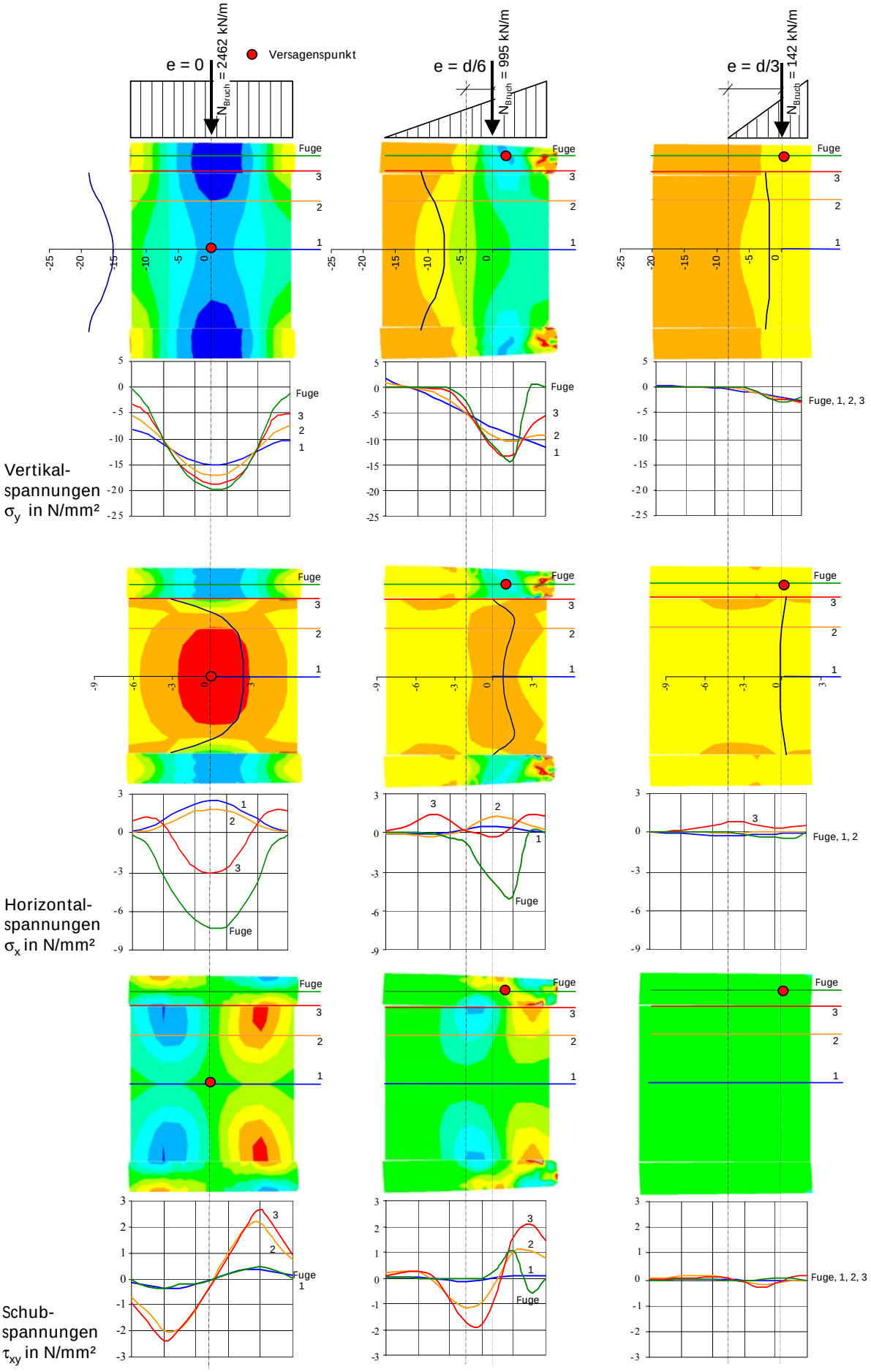


Bild 110 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 40 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm², Steinformat 20 x 20 cm***

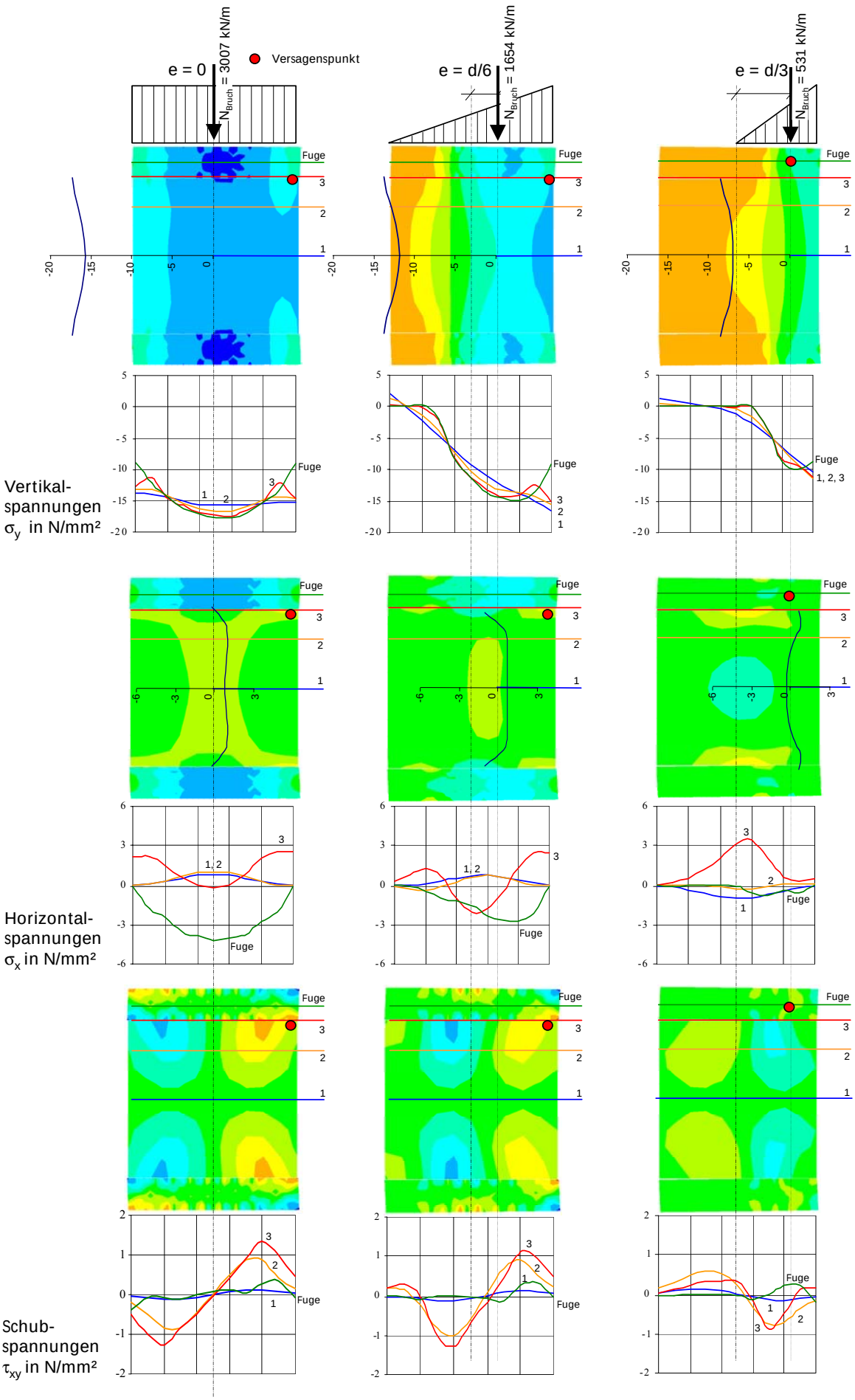


Bild 111 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 40 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 5,71 N/mm², Steinformat 20 x 20 cm***

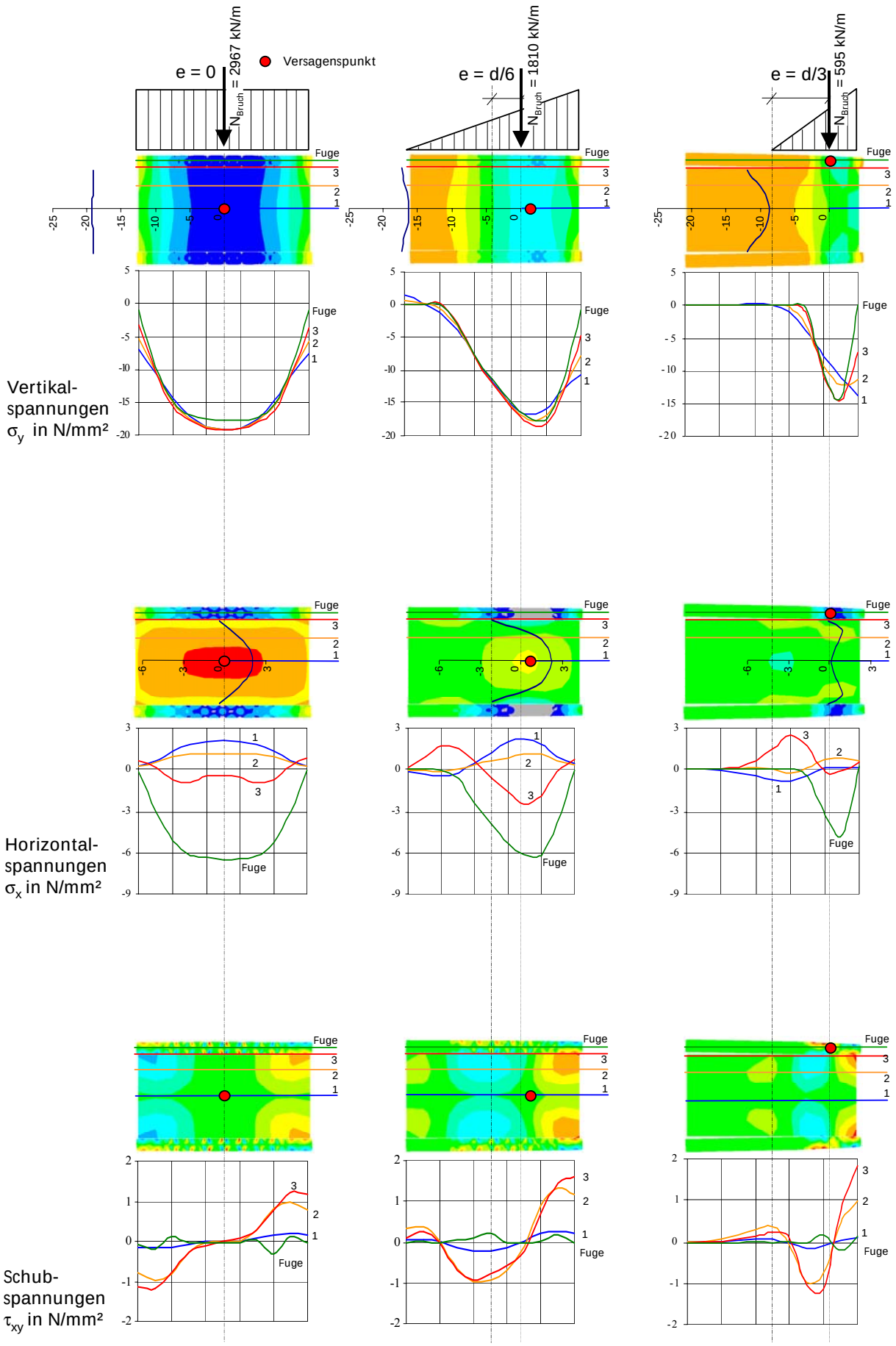


Bild 112 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 15 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm², Steinformat 10 x 20 cm***

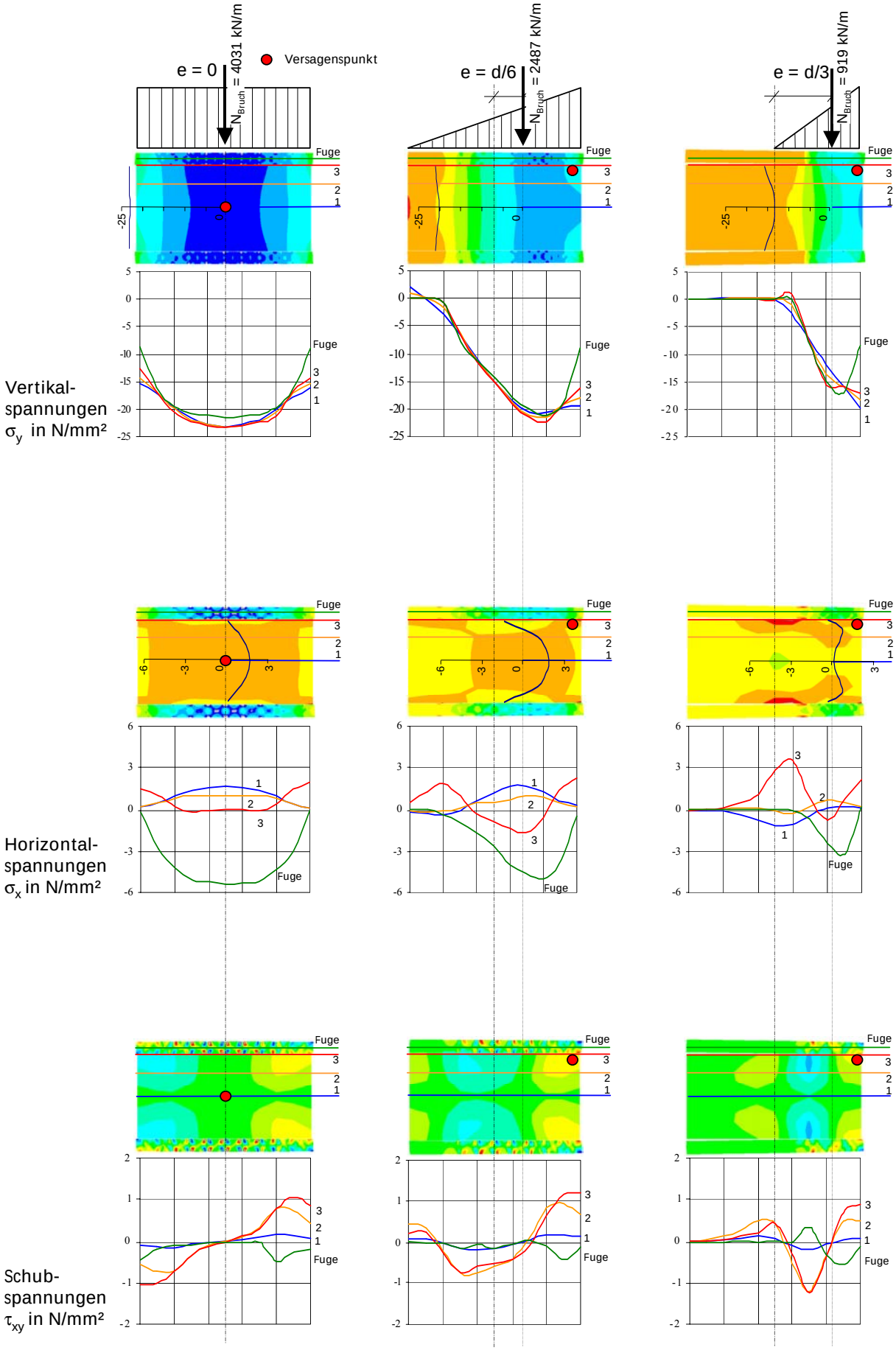


Bild 113 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 15 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 5,71 N/mm², Steinformat 10 x 20 cm***

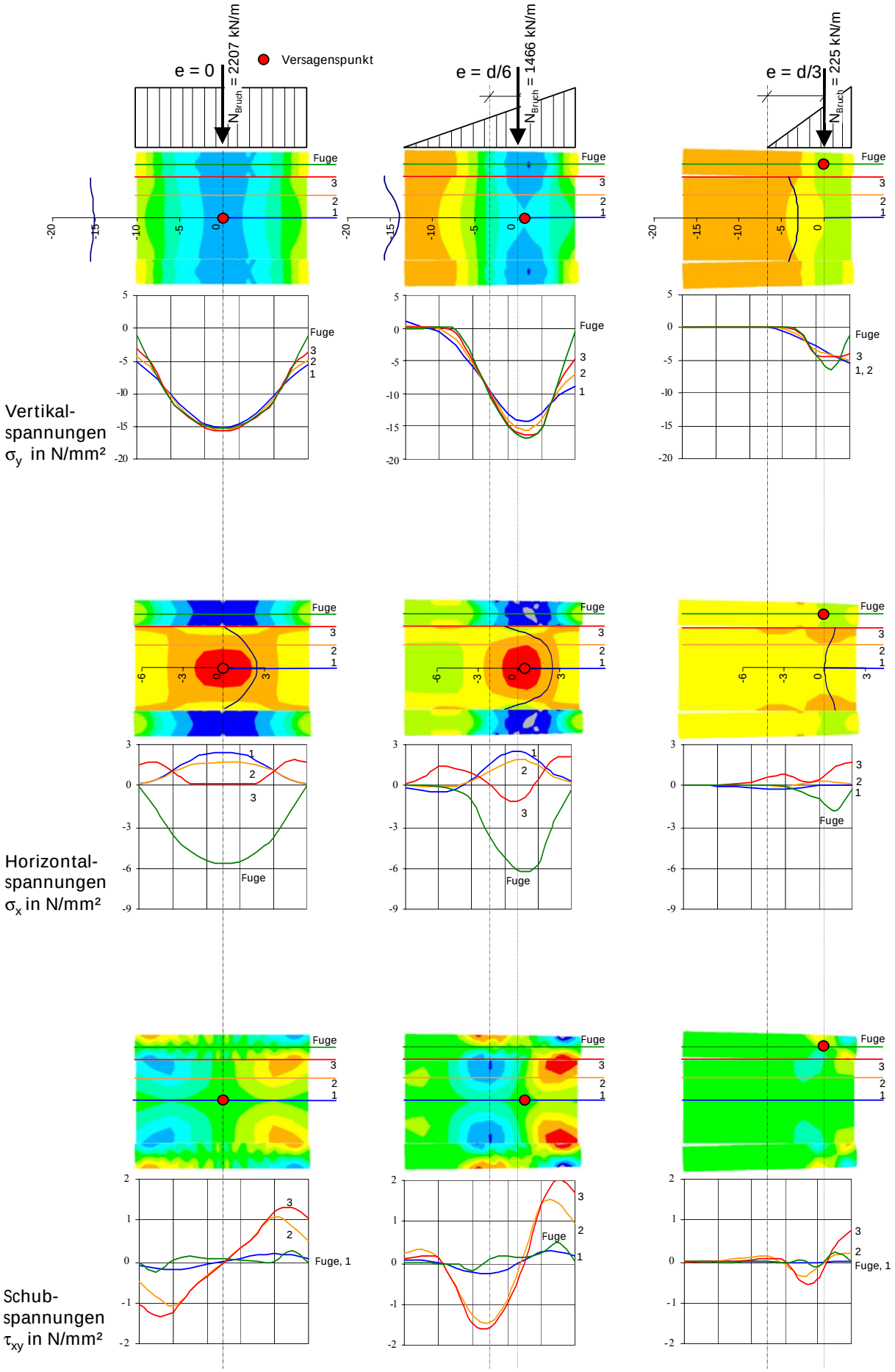


Bild 114 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 30 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,14 N/mm², Steinformat 10 x 20 cm***

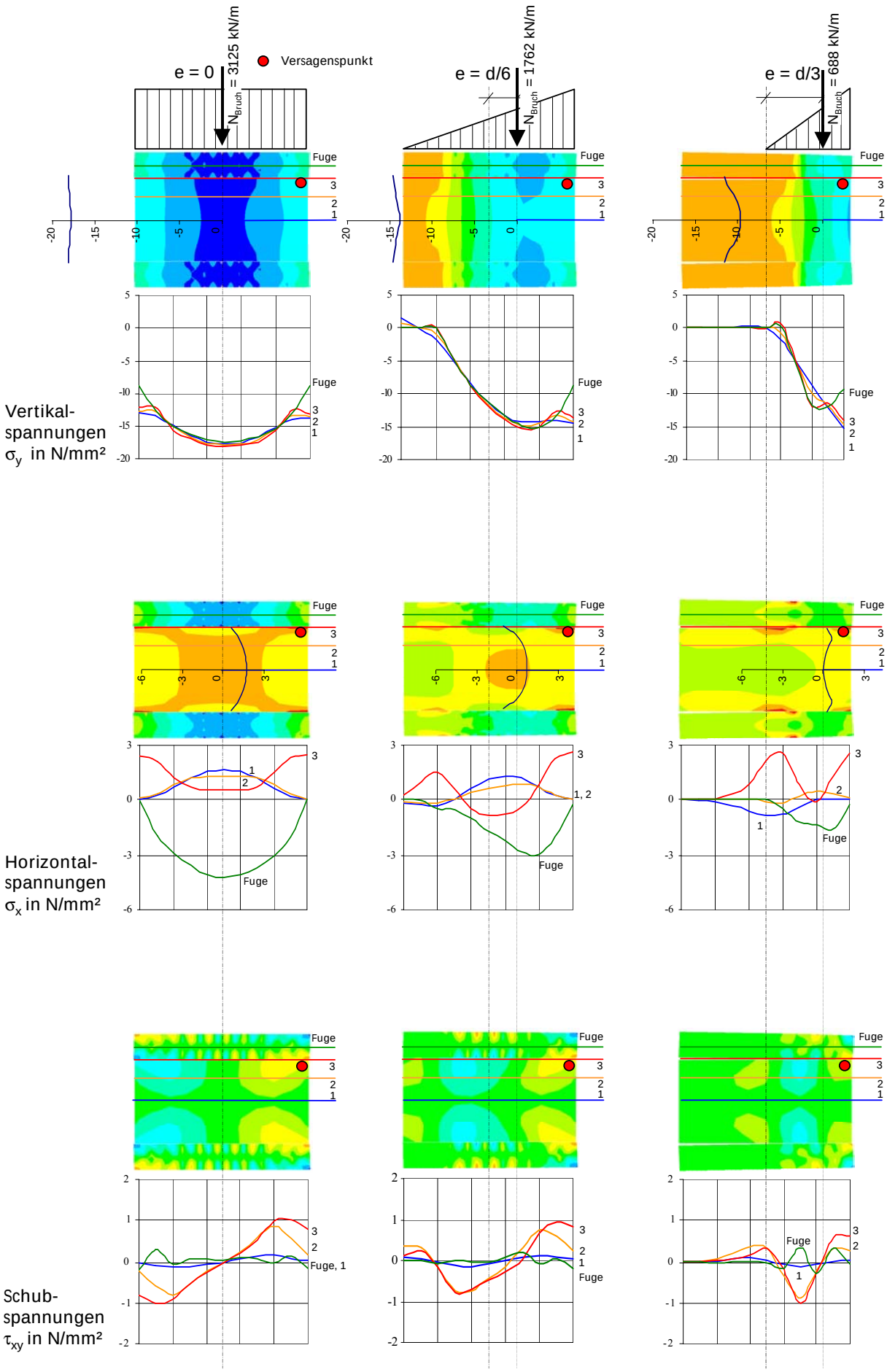


Bild 115 ***Spannungsverteilung: Fugendicke t = 30 mm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 5,71 N/mm², Steinformat 10 x 20 cm***

8.4 Anlage 4: Querschnittstragfähigkeit

(absolute und bezogene Größen)

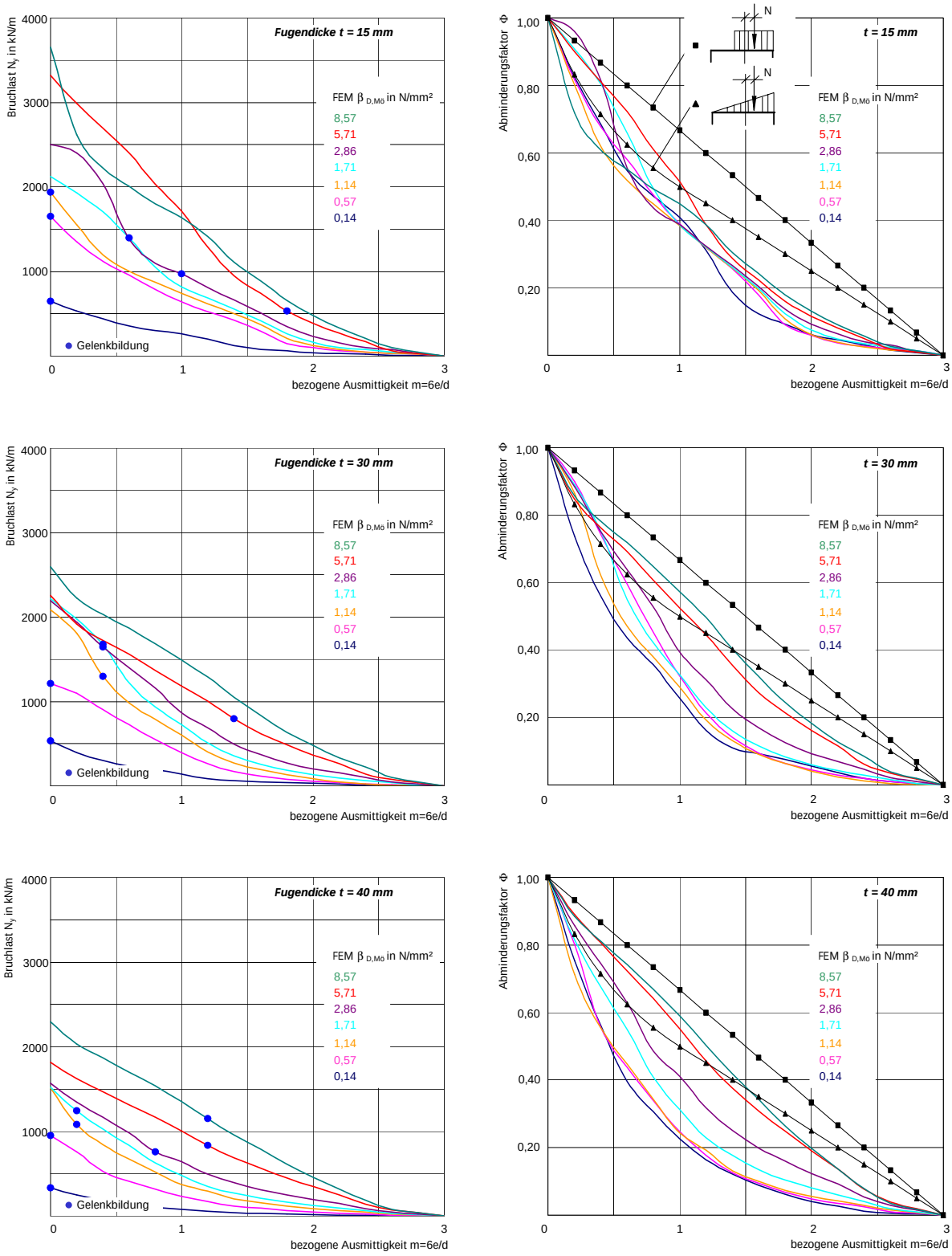


Bild 116 **Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 15 cm, Steinhöhe h_{St} = 20 cm**

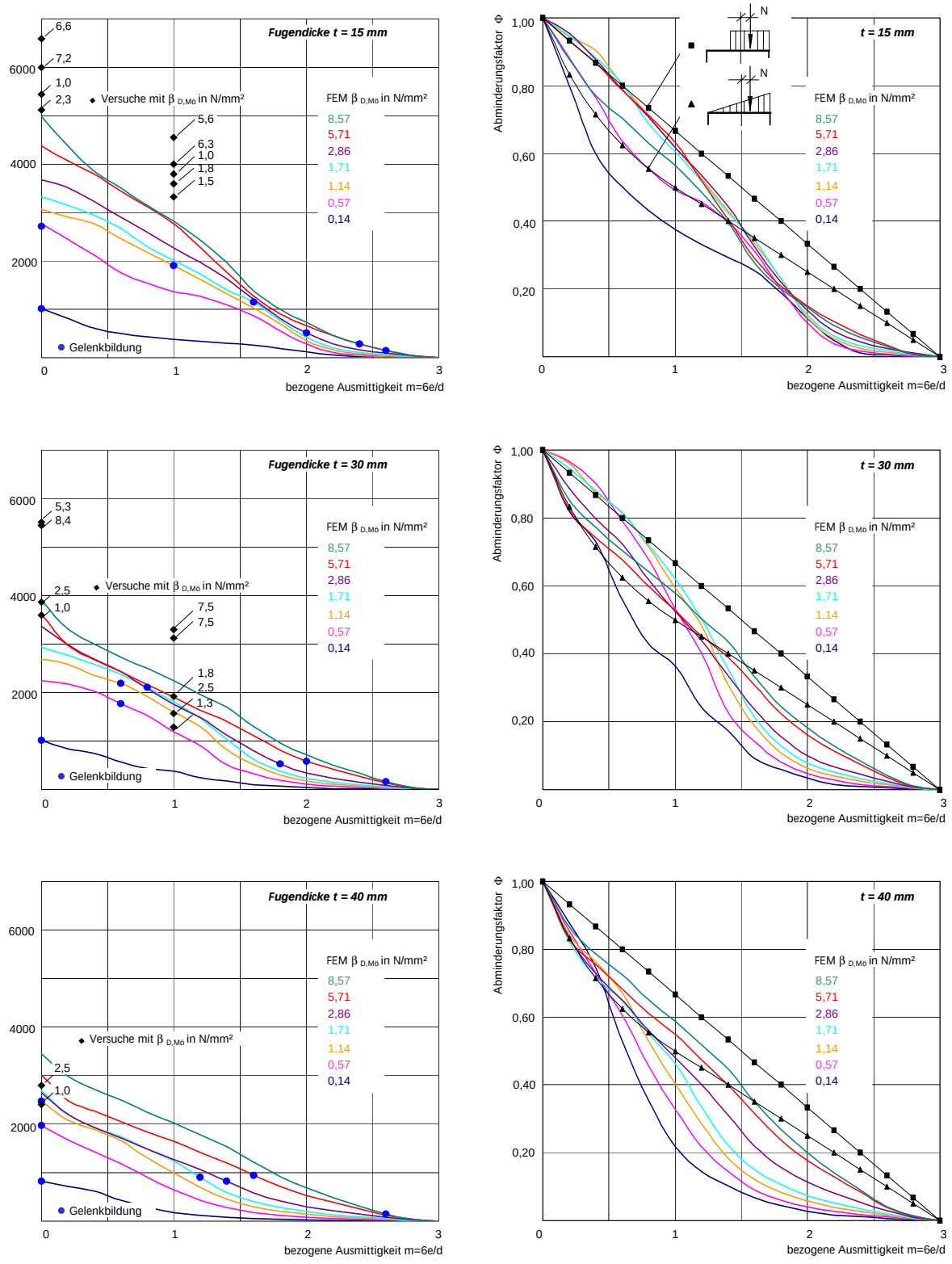


Bild 117 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 20 cm, Steinhöhe h_{st} = 20 cm

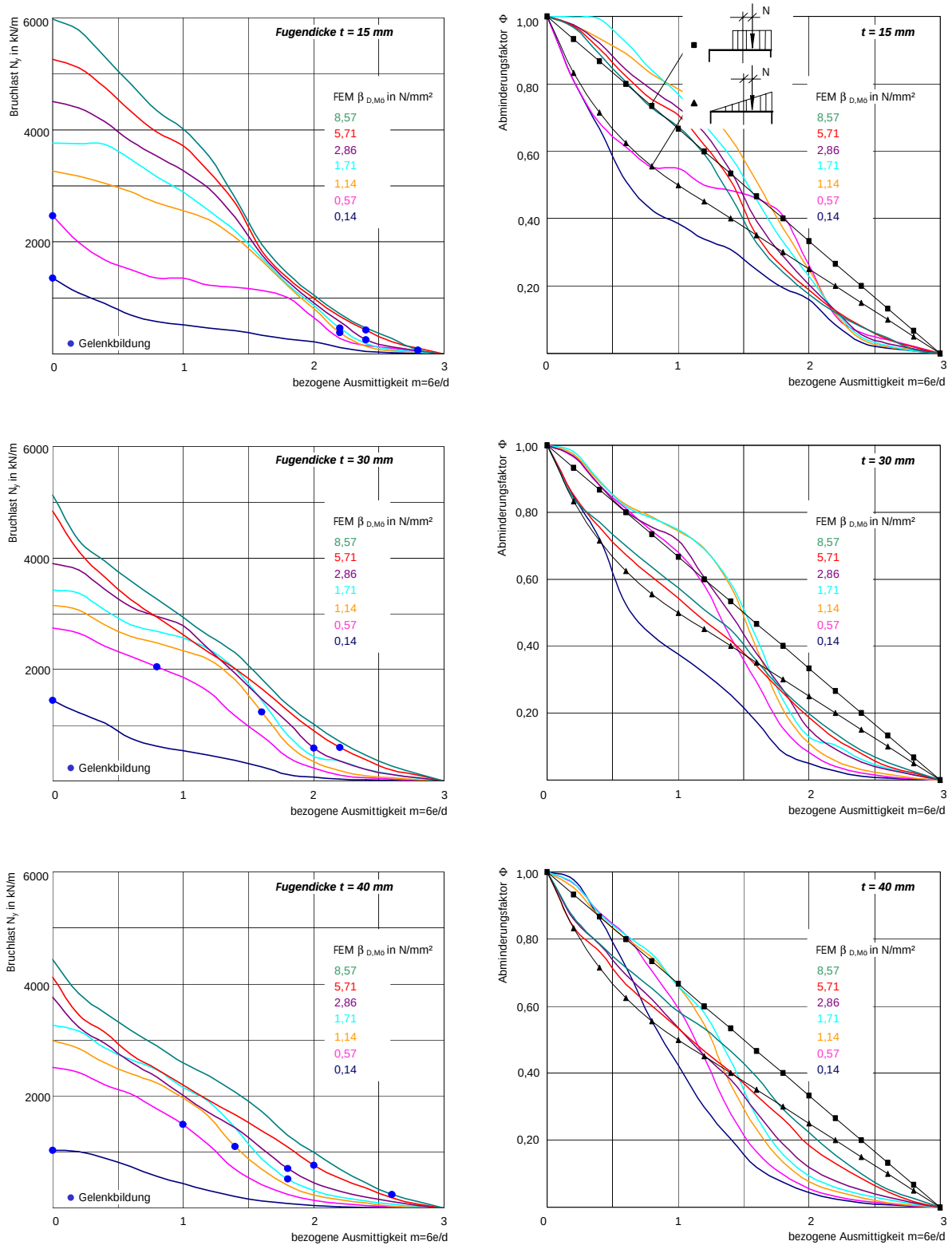


Bild 118 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 25 cm, Steinhöhe h_{st} = 20 cm

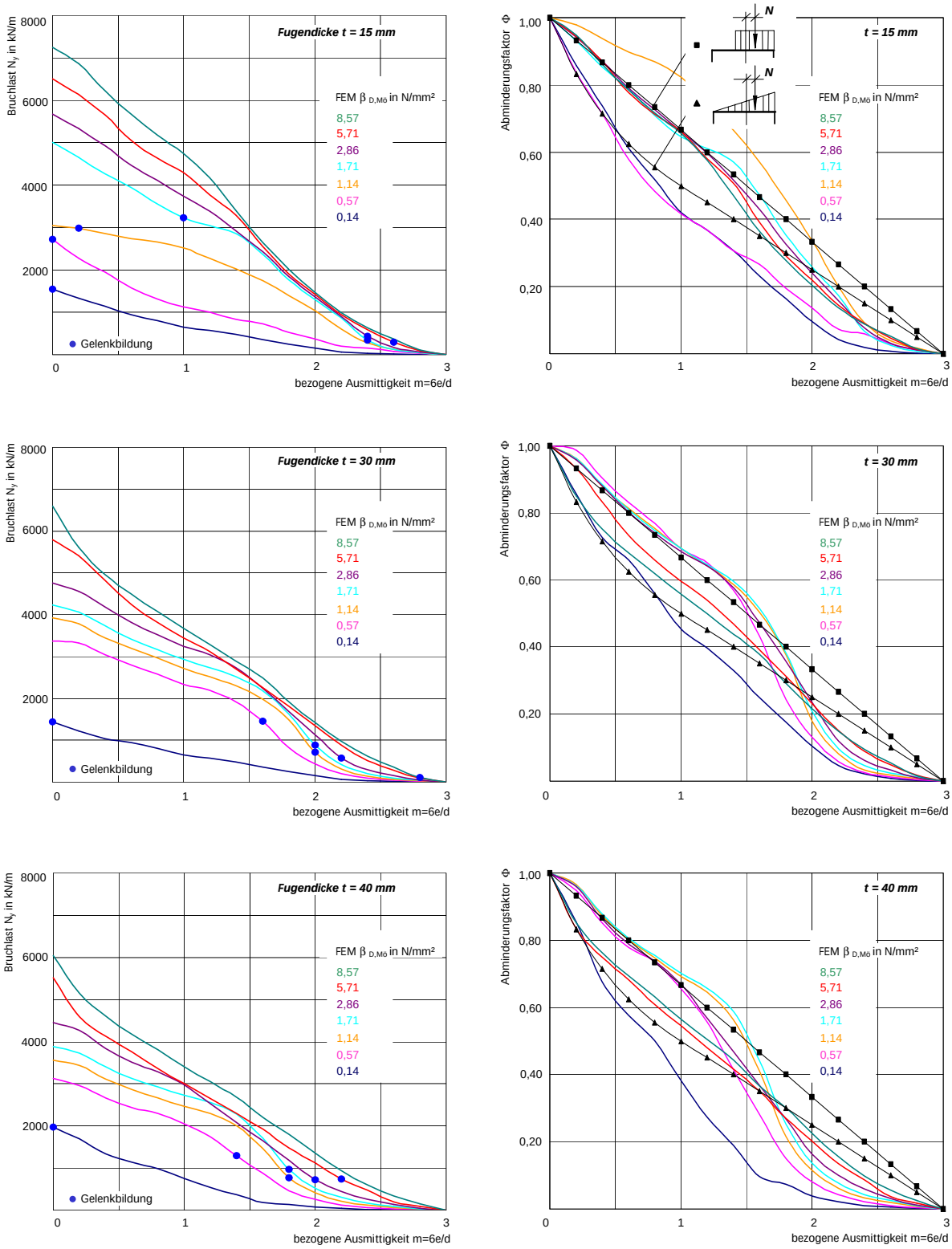


Bild 119 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 30 cm, Steinhöhe h_{st} = 20 cm

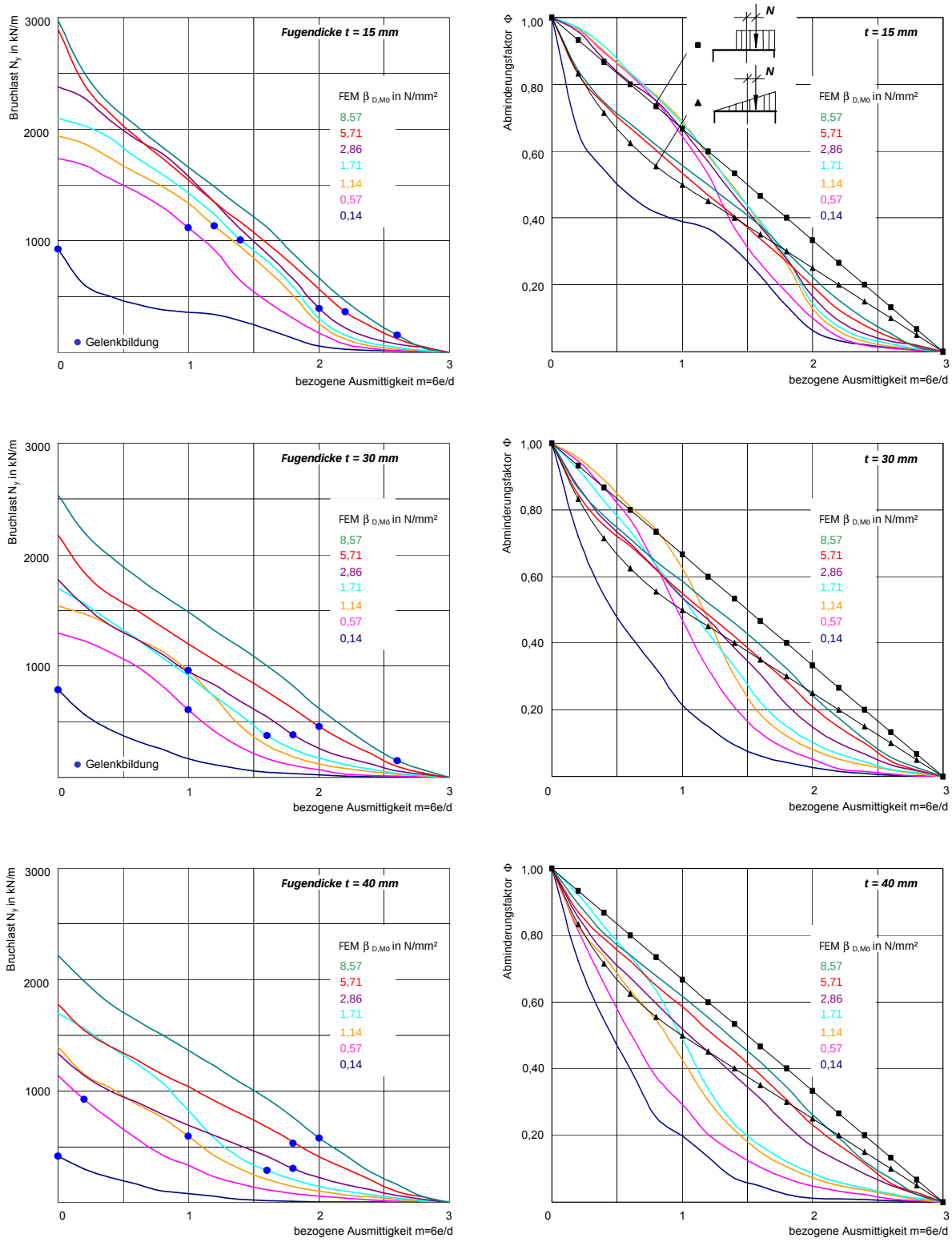


Bild 120 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 15 cm, Steinhöhe h_{St} = 10 cm

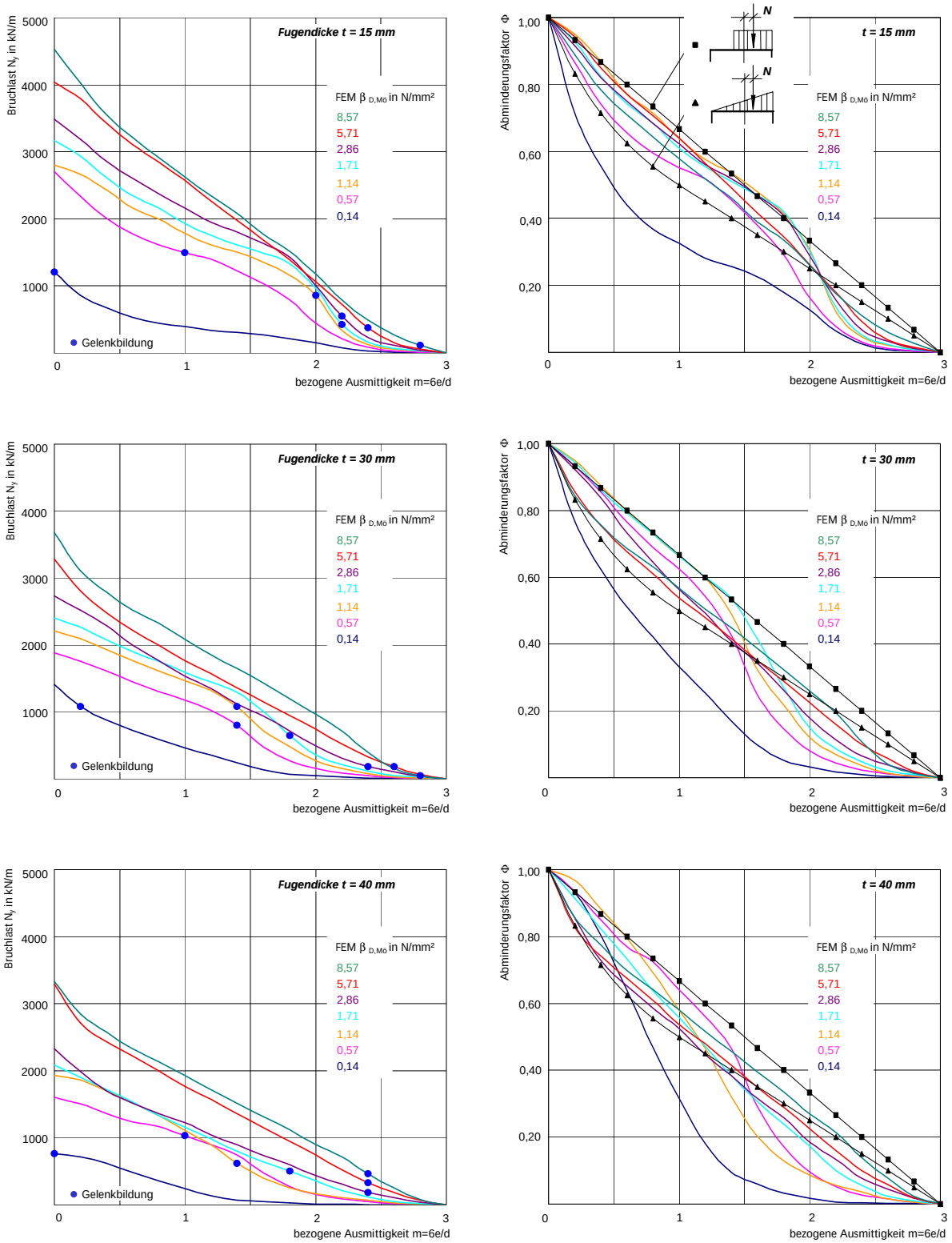


Bild 121 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 20 cm, Steinhöhe h_{St} = 10 cm

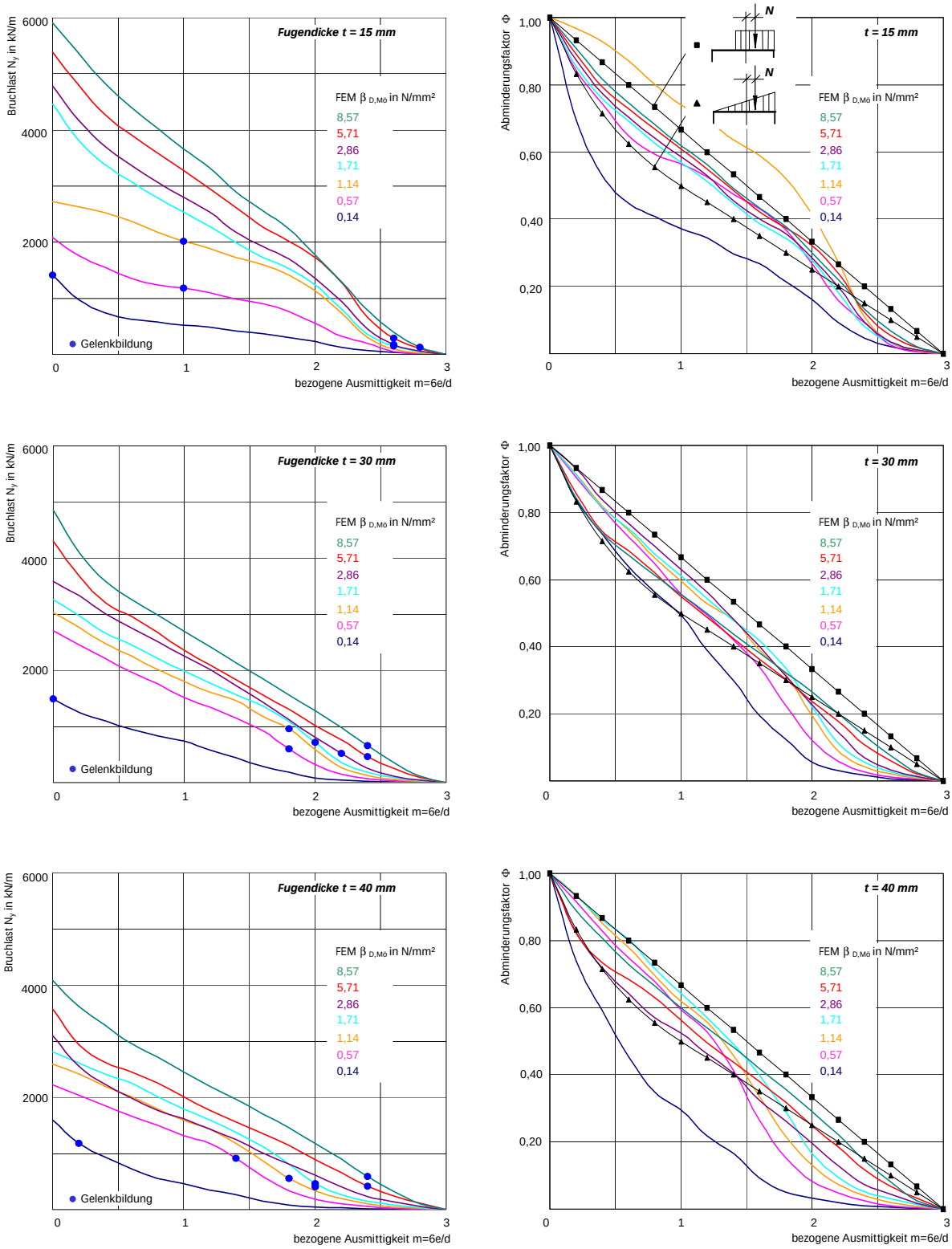


Bild 122 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 25 cm, Steinhöhe h_{st} = 10 cm

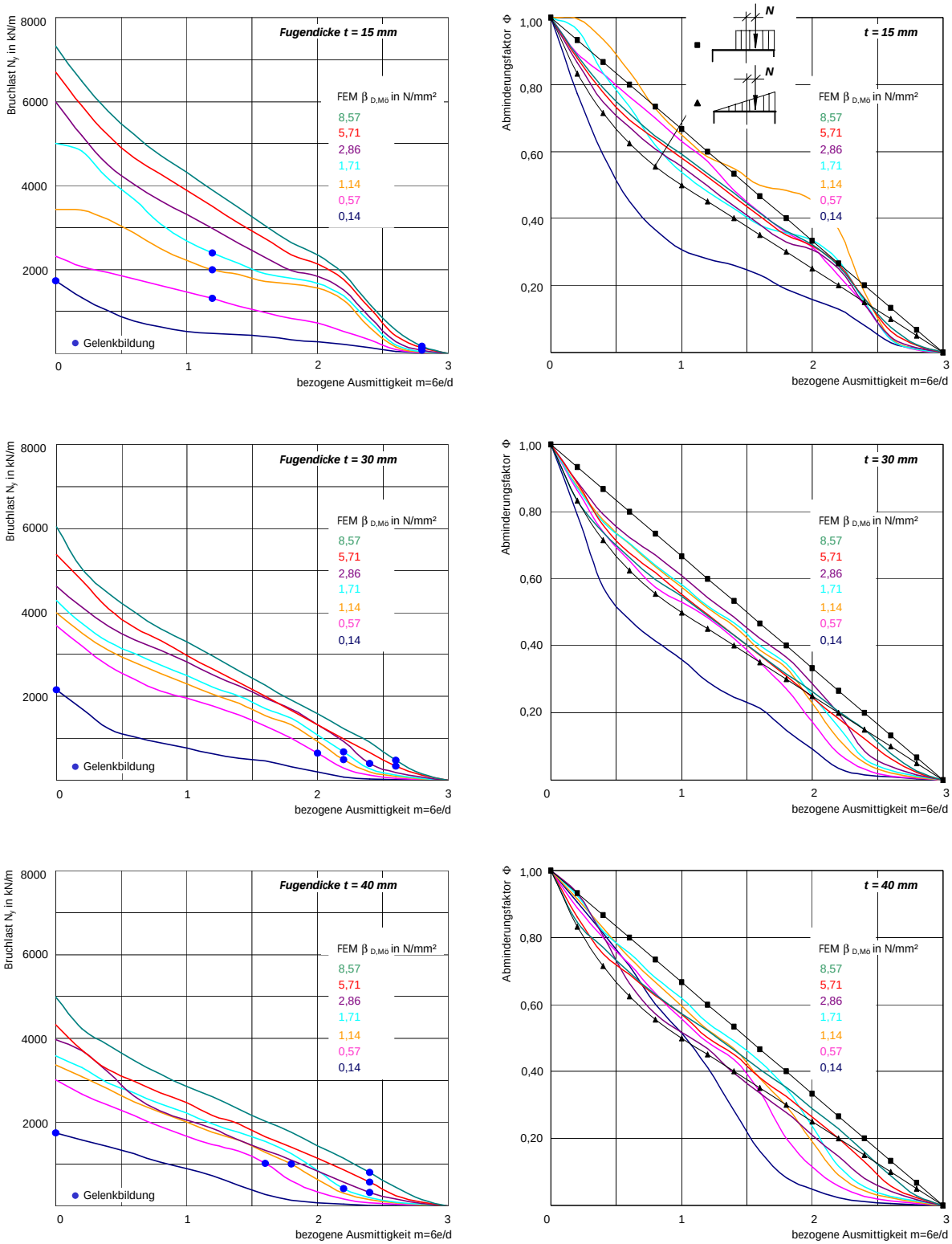


Bild 123 Querschnittstragfähigkeit: Wanddicke d = 30 cm, Steinhöhe h_{St} = 10 cm

8.5 Anlage 5: Tragfähigkeit unter Einfluß der Schlankheit und Lastausmittigkeit

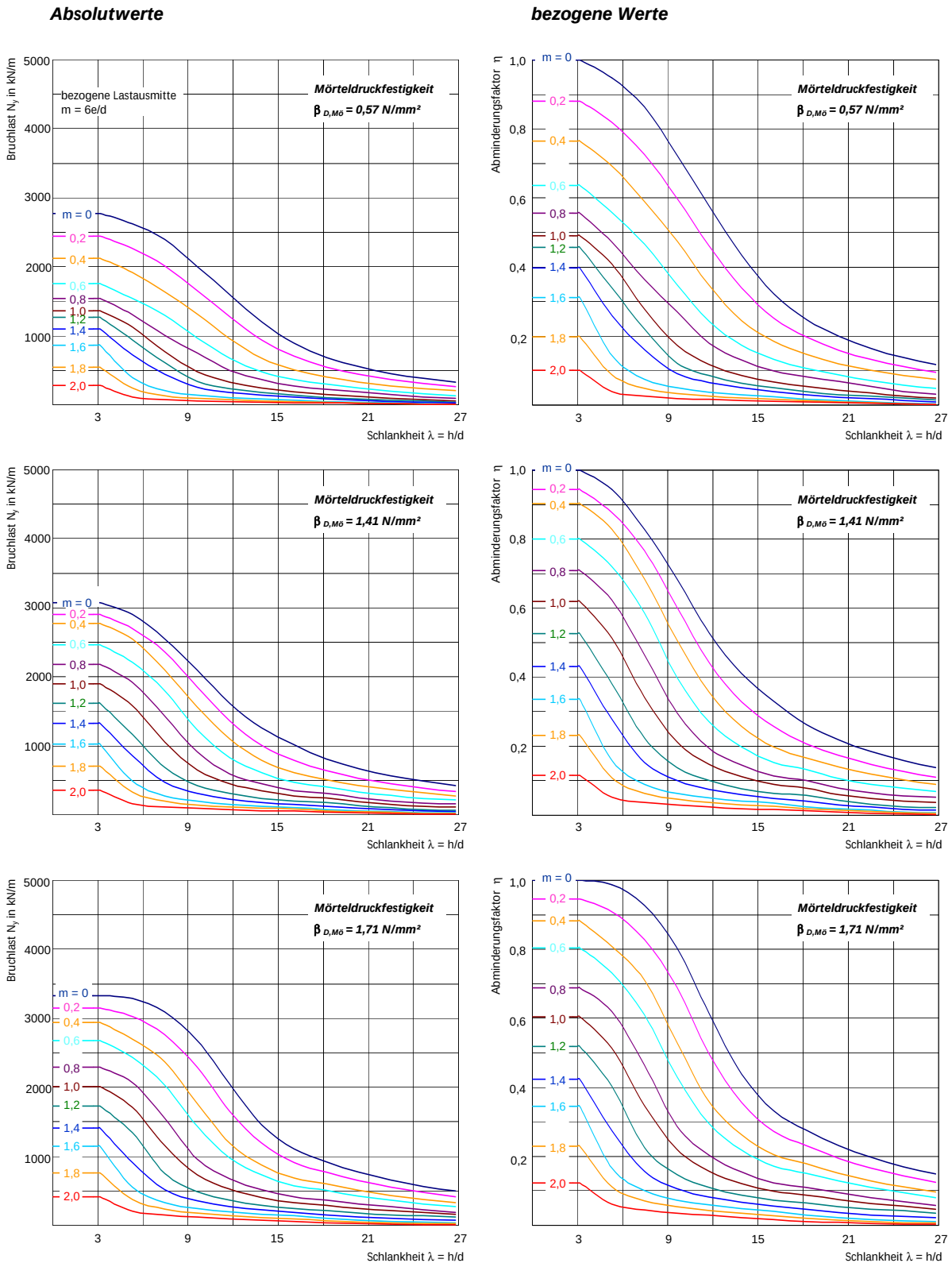


Bild 124 **Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 1,5 cm**

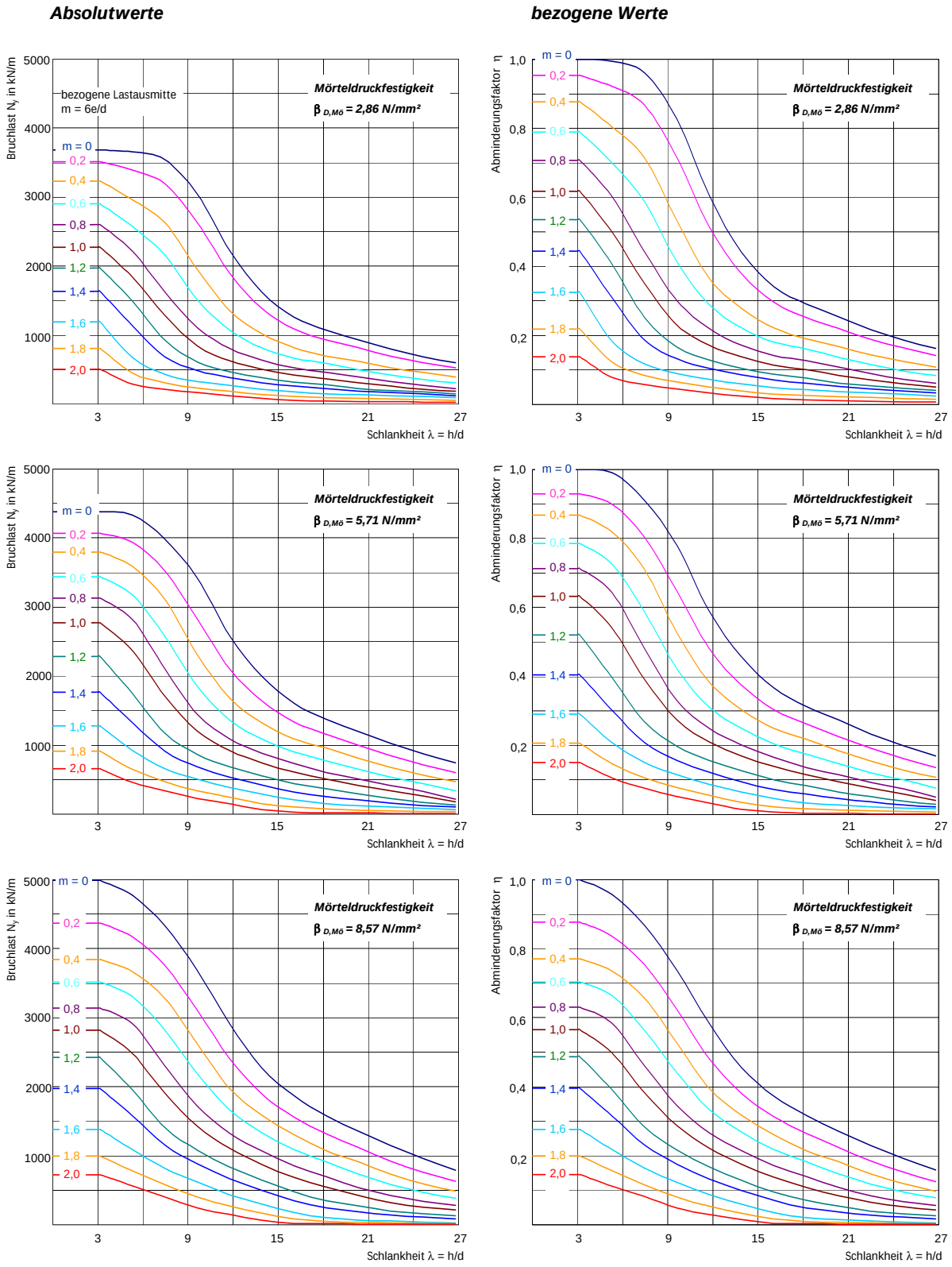


Bild 125 **Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 1,5 cm**

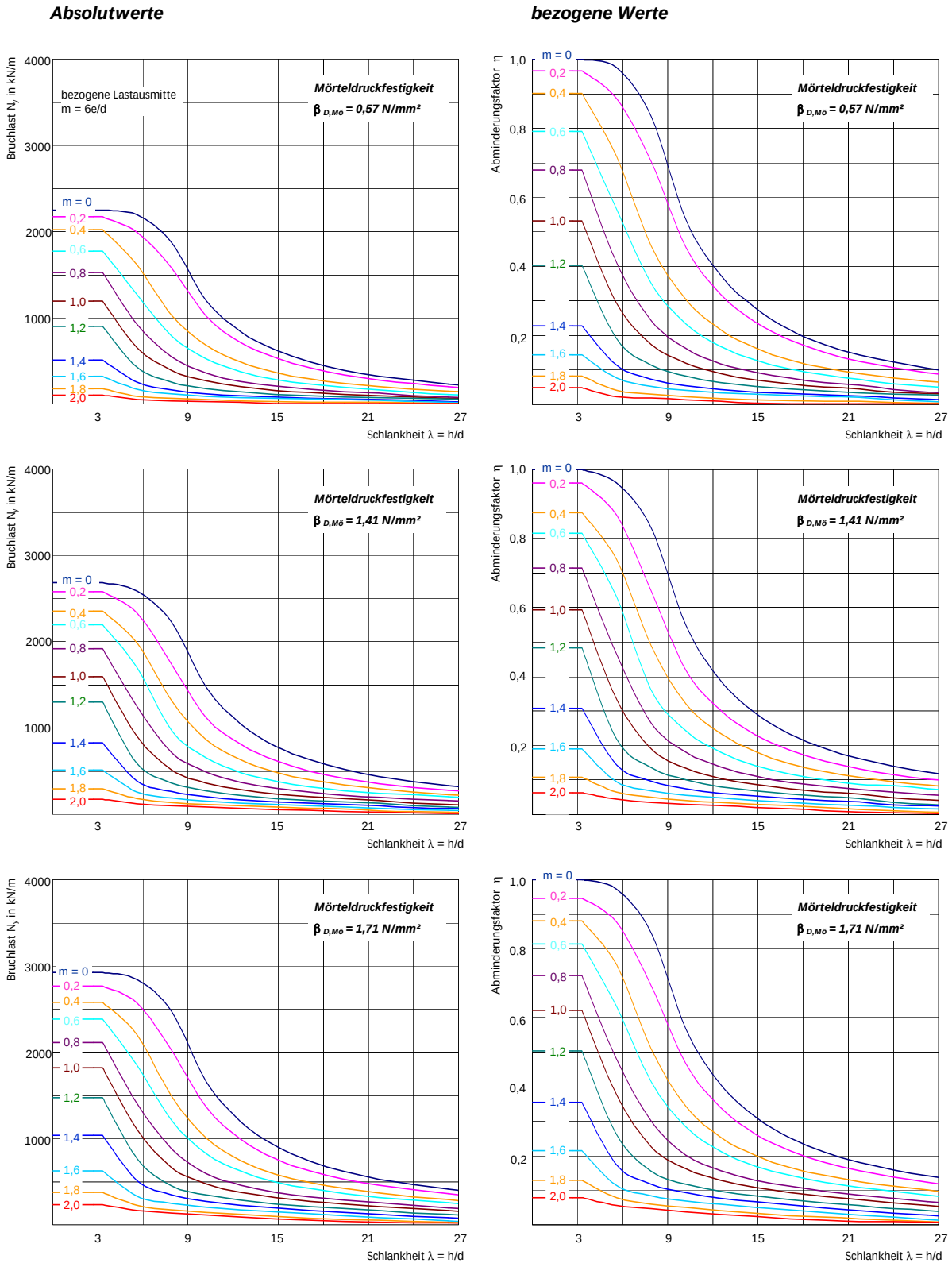


Bild 126 **Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 3,0 cm**

Absolutwerte ***bezogene Werte***

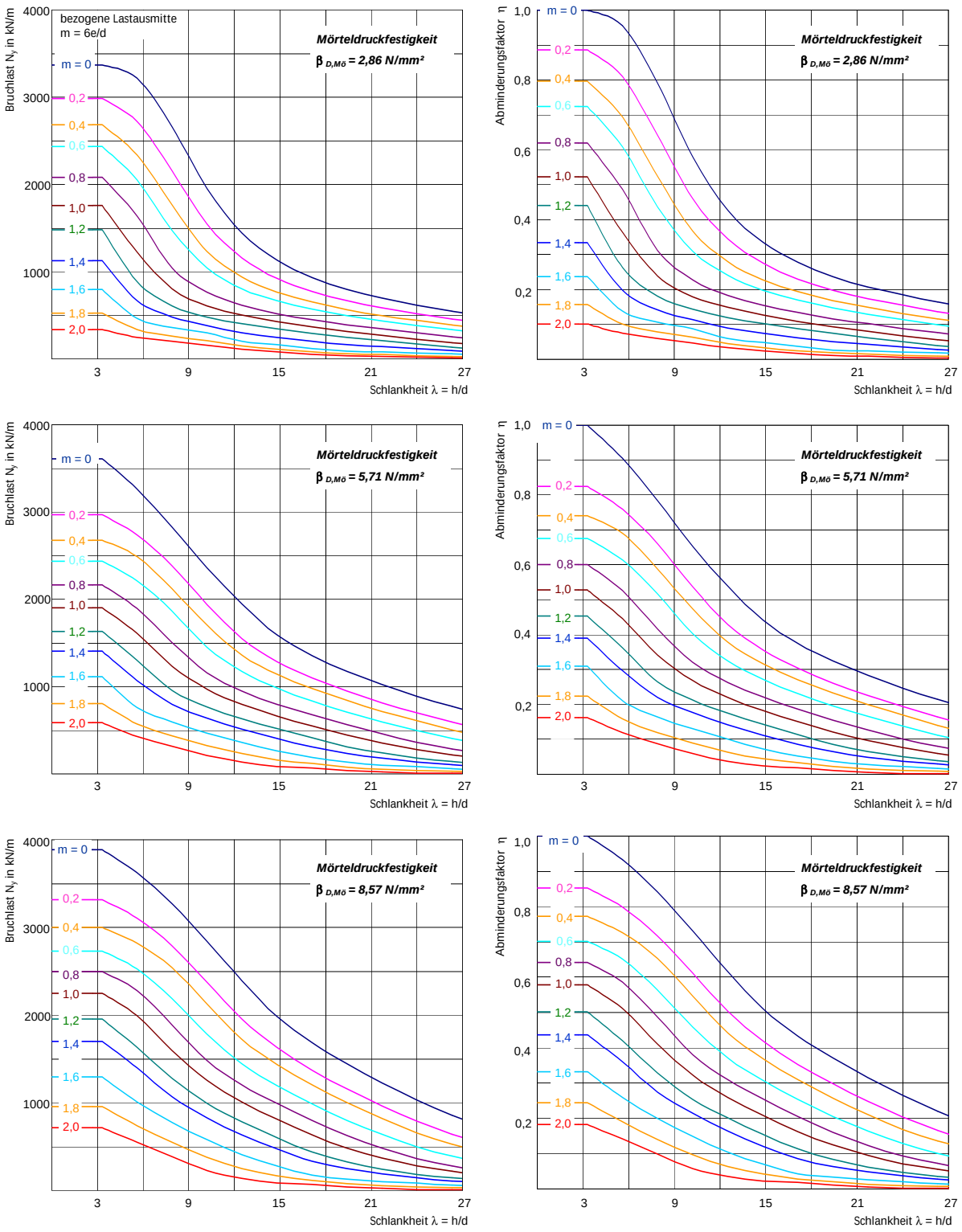


Bild 127 ***Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 3,0 cm***

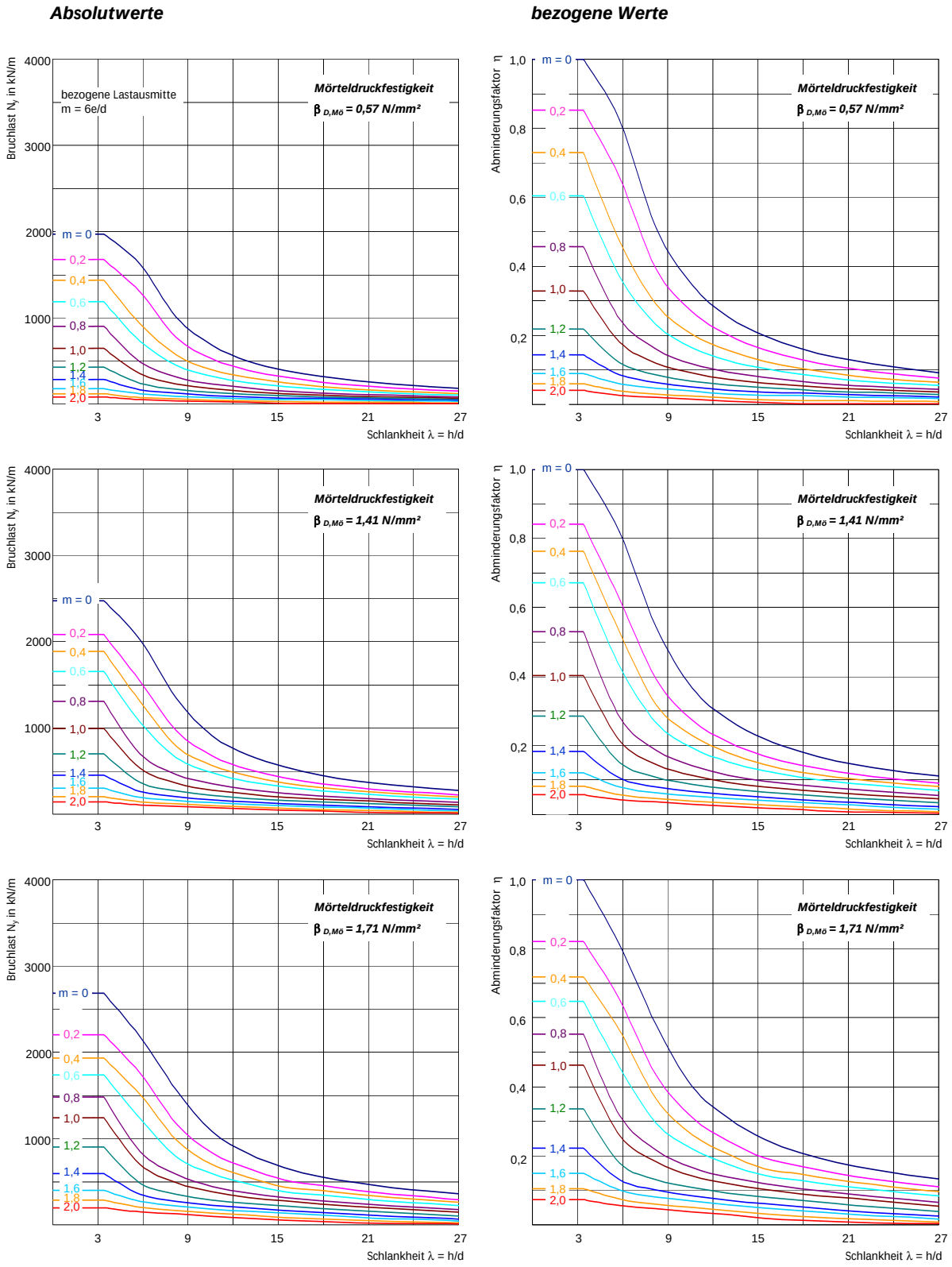


Bild 128 **Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 4,0 cm**

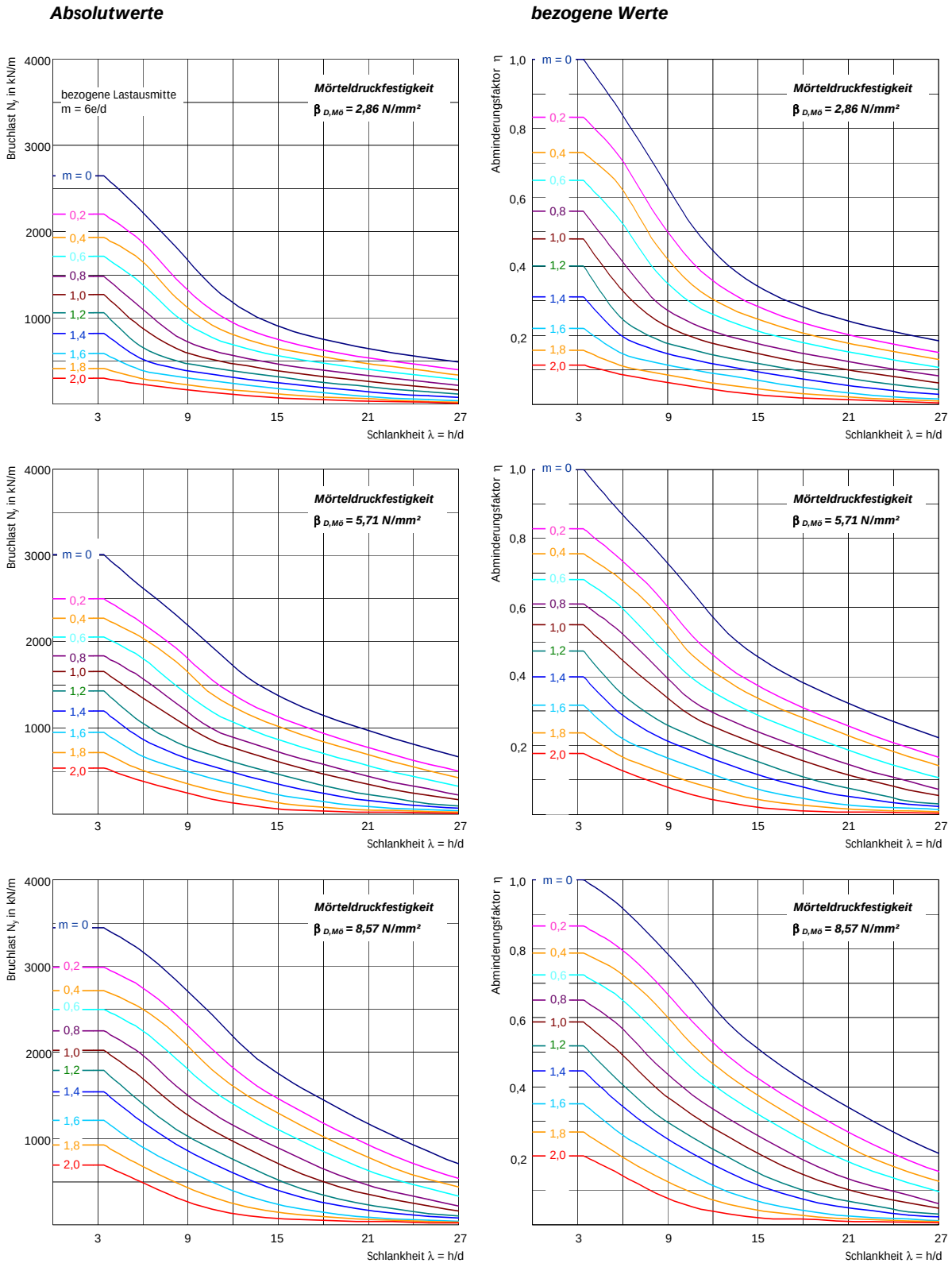


Bild 129 **Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 4,0 cm**

8.6 Anlage 6: Tragfähigkeit für unterschiedliche sinusförmige Vorverformungen

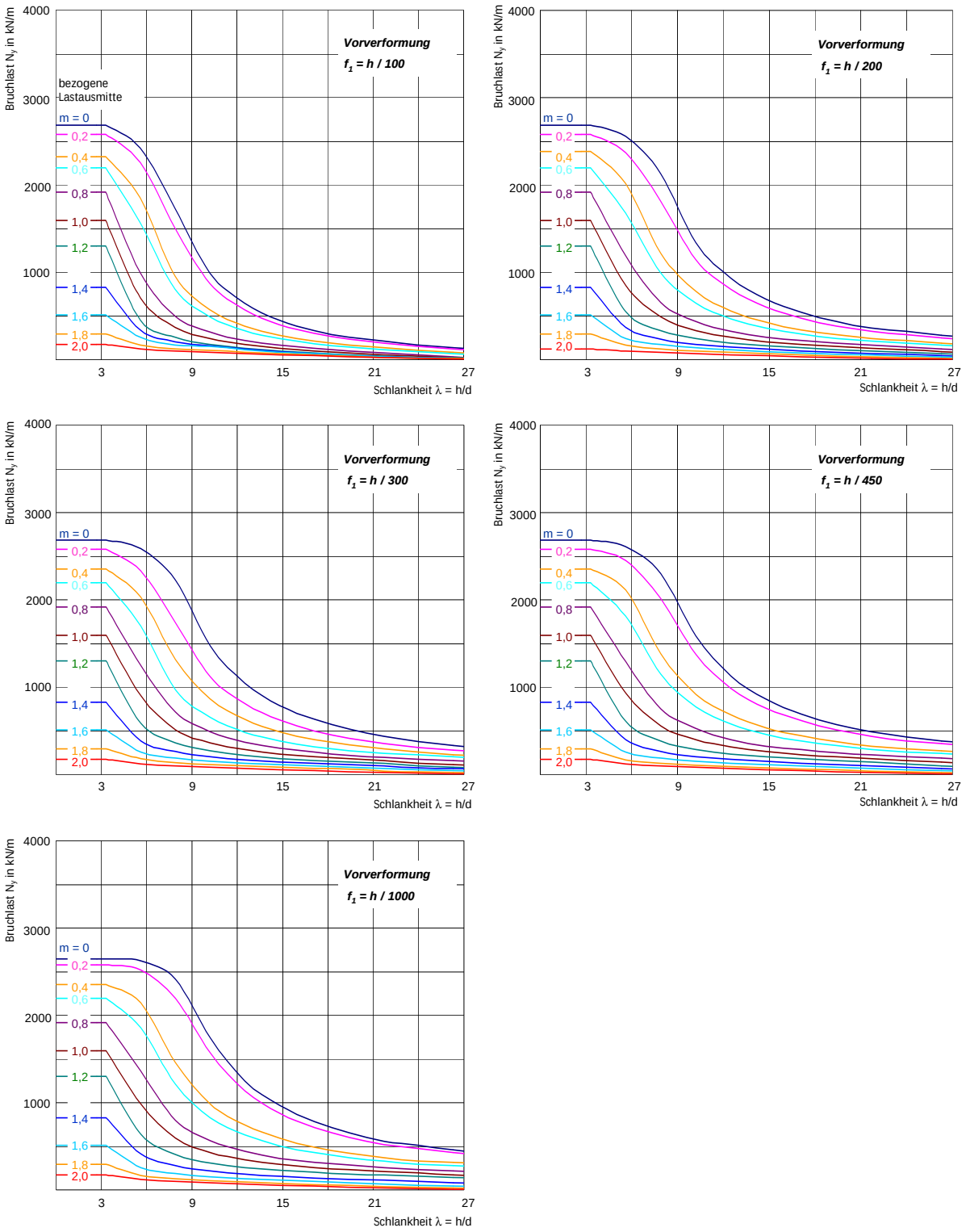
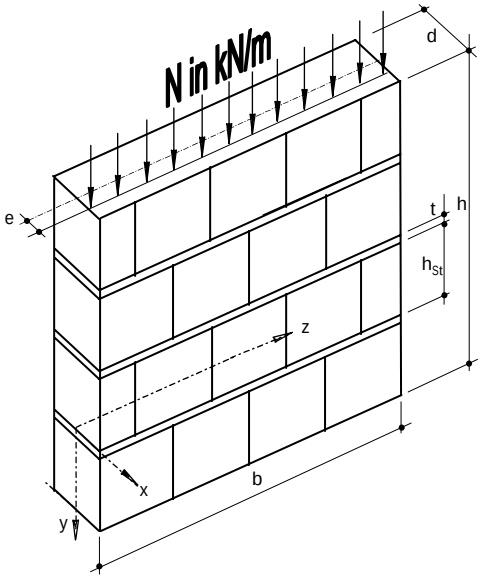


Bild 130 Wanddicke d = 20 cm, Fugendicke t = 3 cm, Mörteldruckfestigkeit $\beta_{D,Mö}$ = 1,41 N/mm²

9 Verzeichnis verwendeter Symbole

Formelzeichen	*Name*	*Einheit*
MW	Mauerwerk	
St	Stein	
Mö	Mörtel	
N	Normalkraft	kN, kN/m
M	Moment	kNm, kNm/m
f_1	Vorverformung; ungewollte Ausmitte; Imperfektion	m
f_2	Zusatzausmitte nach Theorie II. Ordnung	m
u	Verschiebung	m
γ	Rohdichte	t/m³
N_0	Querschnittstragfähigkeit (Bruchlast)	kN/m
N_λ	Tragfähigkeit mit Schlankheitseinfluß	kN/m
e	Lastausmittigkeit	m
m = 6e/d	bezogene Lastausmittigkeit	
$\Phi = N / N_0$	Abminderungsfaktor der Querschnittstragfähigkeit	
$\eta = N_\lambda / N_0$	Abminderungsfaktor infolge Schlankheitseinfluß	



h	Wandhöhe	m
d	Wanddicke	cm
$d_{St} = d$	Steinbreite (Einsteindickes Mauerwerk)	cm
b	Wandlänge	m
t	Dicke der Lagerfuge	cm
h_{St}	Steinhöhe	cm
β_D	Druckfestigkeit	N/mm²
β_Z	Zugfestigkeit	N/mm²
β_{SZ}	Spaltzugfestigkeit	N/mm²
β_{BZ}	Biegezugfestigkeit	N/mm²
σ	Spannung	N/mm², kN/m²
ε	Dehnung (bei offensichtlich vorhandener Stauchung wird auf negatives Vorzeichen verzichtet)	[mm/m]
σ_I; σ_{II}; σ_{III}	Hauptspannungen	N/mm²
σ_R	Radialspannung (Umschnürung)	N/mm²
σ_v	Vertikalspannung	N/mm²

Formelzeichen	***Name***	***Einheit***
V	Variationskoeffizient	%
$\sigma_{okt} = \frac{1}{3} \cdot I_1$	Oktaederspannung	N/mm²
$\tau_{okt} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot J_2}$	Oktaederschubspannung	N/mm²
$I_1 = \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}$	erste Invariante des Spannungstensors	N/mm²
J_2	zweite Invariante des Spannungsdeviators $J_2 = \frac{1}{6} \cdot \left[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 \right]$	N/mm²
c	Kohäsion	N/mm²
φ	Winkel der inneren Reibung	(°)
ψ	Dilatationswinkel	(°)
E_0; E_s; E_U	Anfangs-; Sekanten-; Bruch-Elastizitätsmodul	N/mm²
μ	Querdehnzahl	$\mu = - \varepsilon_l / \varepsilon_q$
ν	Reibungsbeiwert	

Bildnachweis

Alle Bilder vom Verfasser mit Ausnahme von Bild 2 (Quelle unbekannt).

10 Literatur

[1] ...: DIN 1053–1: Mauerwerk. Teil 1: Berechnung und Ausführung, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., November 1996

[2] BERNDT, E.; SCHÖNE, I.: Tragverhalten von Natursteinmauerwerk aus Elbsandstein. Zielstellung und erste Untersuchungsergebnisse. In: Jahrbuch 1990 Sonderforschungsbereich 315

[3] SCHNEIDER, K.-J. (Hrgb): Bautabellen mit Berechnungshinweisen und Beispielen. Werner-Verlag, 11.Auflage 1994

[4] in HEUSER, H.: Als die Götter lachen lernten, Griechische Denker verändern die Welt, Piper Verlag GmbH, München 1992

[5] BERNDT, E.; SCHÖNE, I.: Ein Bemessungsvorschlag für Mauerwerk aus Elbsandstein auf der Grundlage experimentell ermittelter Tragfähigkeiten. In: Jahrbuch 1992 Sonderforschungsbereich 315

[6] BERNDT, E.: Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk – experimentell nachgewiesen an Strukturen aus Elbsandstein, In: Bautechnik 73, Heft 4, 1996, S.222-234

[7] PÖSCHEL, G.; SABHA, A.: Ein theoretisches Modell zum Tragverhalten von Elbsandsteinmauerwerk. In: Jahrbuch 1993 Sonderforschungsbereich 315

[8] PÖSCHEL, G.; PURTAK, F.; SABHA, A.: Experimentelle Untersuchungen zum Tragverhalten von einschaligem, exzentrisch gedrücktem Mauerwerk aus Elbsandstein. In: Jahrbuch 1994 Sonderforschungsbereich 315

[9] Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten, Teil 1–1: Allgemeine Regeln – Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Deutsche Fassung ENV 1996–1–1, 1995 – Vornorm DIN V ENV 1996–1–1

[10] KALINSZKY, S.: Plastizitätslehre - Theorie und technische Anwendungen. Akadémiai Kiadó, Budapest 1984

[11] TRAUTZ, M.: Zur Entwicklung von Form und Struktur historischer Gewölbe aus der Sicht der Statik. Dissertation, Universität Stuttgart 1998

[12] BERNDT, E.: Theoretische Untersuchungen und Auswertung vorhandener Meßergebnisse zur Bestimmung von Materialkennwerten als Grundlage der Schnittkraftberechnung und der statischen Nachweisführung, im Auftrage der Stiftung Frauenkirche Dresden e.V. 1994

[13] HILSDORF, H.: Untersuchungen über die Grundlagen der Mauerwerksfestigkeit, Materialprüfungsamt für das Bauwesen der TH München 1965

[14] PÖSCHEL, G.; PURTAK, F.; POPP, T.,: Dehnungen im Natursteinmauerwerk aus Elbsandstein unter zentrischer und exzentrischer Belastung. Unveröffentlichter Versuchsbericht, TU Dresden, Lehrstuhl für Tragwerksplanung, Dresden 1995

[15] PÖSCHEL, G.; PURTAK, F.: Zur Tragfähigkeit von historischem Mauerwerk aus Elbsandstein – Berücksichtigung der Schlankheit bei ausmittiger Belastung. In: Jahrbuch 1997/98 Sonderforschungsbereich 315

[16] GORETZKY, W.: Riß- und Bruchkonzept für festigkeits- und verformungsstreuendes druckbeanspruchtes Mauerwerk. Dissertation, TU Hamburg-Harburg 1999

[17] HILSDORF, H.: Investigation into the Failure Mechanism of Brick Masonry Loaded in Axial Compression. Proceedings of International Conference on Masonry Structural Systems, Gulf, Houston, Texas 1969, S.34-41

[18] FRANCIS, A.J.; HORMAN, C.B.; JERREMS, L.E.: The Effect of Joint Thickness Other Factors on the Compressive Strength of Brickwork, 2. International Brick Masonry Conference, Stoke-on-Trent, England 1970

[19] KHOO, C.L.; HENDRY, A.W.: A Failure Criterion for Brickwork in Axial Compression. The British Ceramic Research Association, Technical Note, No. 179, 1972

[20] SCHNACKERS, P.J.H.: Mauerwerk und seine Berechnung. Dissertation, TH Aachen 1973

[21] PROBST, P.: Ein Beitrag zum Bruchmechanismus von zentrisch gedrücktem Mauerwerk. Dissertation, TU München, 1981

[22] SCHULENBERG, W.: Theoretische Untersuchungen zum Tragverhalten von zentrisch gedrücktem Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter besonderer Berücksichtigung der Qualität der Lagerfugen. Dissertation, TU Darmstadt 1982

[23] MANN, W.: Zum Tragverhalten vom Mauerwerk aus Natursteinen. In: Mauerwerk-Kalender 1983, Ernst & Sohn, Berlin, S.675-685

[24] ATKINSON, R.H.; NOLAND, J.L.; ABRAMS, D.P.: A Deformation Failure Theory for Stack-Bond Brick Masonry Prisms in Compression. Proceedings of the 7th International Brick/Block Masonry Conference, Melbourne 1985

[25] OHLER, A.: Zur Berechnung der Druckfestigkeit von Mauerwerk unter Berücksichtigung der mehrachsigen Spannungszustände in Stein und Mörtel. In: Bautechnik 5 (1986), S.163-169

[26] BABYLON, H.: Über die Auswirkung einer ungleichförmigen Fugengeometrie auf den Spannungs- und Verformungszustand im zentrisch gedrückten Mauerwerk. Dissertation, TU Berlin 1994

[27] EBNER, B.: Das Tragverhalten von mehrschaligem Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband. Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau, Heft 24, TU Berlin 1996

[28] MANN, W.: Eine statistische Auswertung von Versuchsergebnissen in geschlossener Darstellung mit Hilfe von Potenzfunktionen. In: Mauerwerk-Kalender 1983, Ernst & Sohn, Berlin, S.687-699

[29] SCHUBERT, P.: Eigenschaftswerte von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel. In: Mauerwerk-Kalender 2000, Ernst & Sohn, Berlin, S.5-22

[30] BIERWIRTH, H.; STÖCKL, S.; KUPFER, H.: Dreiachsige Druckversuche an Mörtelproben aus Lagerfugen von Mauerwerk. Forschungsbericht, Lehrstuhl für Massivbau TH München 1995

[31] CHEN, W.F.; HAN, D.J.: Plasticity for Structural Engineers, New York 1988

[32] MEHLHORN, G. (Hrsg.): Der Ingenieurbau, Rechnerorientierte Baumechanik. Ernst & Sohn, Berlin 2000

[33] KUPFER, H.; HILSDORF, H.; RUSCH, H: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses, ACI Journal 1969, S.656-666

[34] KHOO, C.L.; HENDRY, A.W.: Biaxial Compression-Tension Strength Tests on Clay Pipes. The British Ceramic Research Association, Technical Note, No. 180, 1972

[35] LINSE,D.; STEGBAUER, A.: Festigkeit und Verformungsverhalten von Leichtbeton, Gasbeton, Zementstein und Gips unter zweiachsiger Kurzzeitbeanspruchung. DafSB Heft 254, Ernst & Sohn, Berlin 1976

[36] VAN MIER, J. G. M.: Fracture of concrete under complex stress. Institute for Building Materials and Structures, HERON (31) 1986, S.2-90

[37] SAYIR, M.: Zur Fließbedingung der Plastizitätstheorie. In: Ingenieur-Archiv (39), 1970, S.413-432

[38] CHEN, W.F., MIZUNO, E.: Nonlinear analysis in soil mechanics: theory and implementation. Amsterdam 1990

[39] OTTOSEN,N.S.: A Failure Criterium for Concrete. In: Journal of the Eng. Mech. Div., ASCE, 103 (1977)

[40] WILLAM, K.J.; WARNKE, E.P.: Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete. Seminar: „Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses“, Bergamo (Italien) 1974, S.1-30

[41] PODGORSKI, J.: General Failure Criterion for Isotropic Media. Journal of the Eng. Mech. Div., ASCE, 111(1985)

[42] ...: ANSYS User´s Manual, Swanson Analysis System, Houston 1992

[43] VERMEER, P.A.; DE BORST, R.: Non-associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock. Department of Civil Ingenieering, Geotechnical Laboratory, Delft University of Technology, HERON (29) 1984, S.3-64

[44] DILLMANN, O.O.: Der Sandstein:
Teil 1: Petrographie des Sandsteins.
In: Naturstein, 7/1997
Teil 2: Bearbeitung und Verwendung.
In: Naturstein, 9/1997
Teil 3: Wichtige deutsche Sandsteinvorkommen. In: Naturstein, 10/1997

[45] HOHL, R. (Hrgb.): Die Entwicklungsgeschichte der Erde. Brockhaus Nachschlagewerk Geologie, VEB F.A. Brockhaus Verlag Leipzig 1981

[46] JUWELT, R.; SCHREITER, P.: Gesteinsbestimmungsbuch. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1972

[47] ALFES, CH.: Bruchmechanisches Werkstoffverhalten von Sandstein unter Zugbeanspruchung. Dissertation, RWTH Aachen 1993

[48] ENGELHARDT, VON W.; PITTER, H.: Über die Zusammenhänge zwischen Porosität, Permeabilität und Korngröße bei Sanden und Sandsteinen. In: Heidelberger Beiträge zur Mineralogie und Petrographie, Bd. 2, 1951

[49] GRATON, L.C.; FRASER, H.J.: Systematic Packing of Spheres – With particular Relations to Porosity and Permeability. In: Journal of Geology 43, No. 8, 1935

[50] ...: Arbeitsgruppe der TU Dresden, Institut für Tragwerke und Baustoffe sowie Institut für Geotechnik: Prüfung und Optimierung von Fugenmörteln, Steinergänzungsstoffen und ihren Misch- und Applikationstechniken zur Restaurierung schadhafter Mörtel- und Natursteinpartien an Baudenkmälern. Forschungsbericht für das BMFT-Projekt BAU 7025 C, 1993

[51] HAUSCHILD, S.: Untersuchungen über die für komplizierte Sandsteinkonstruktionen erforderlichen petrographischen und gesteinstechnischen Informationen, demonstriert am Wiederaufbauprojekt Dresdner Frauenkirche. Diplomarbeit, Fakultät Bauingenieurwesen, TU Dresden, 1992

[52] DIRKS, K.; BABYLON, H.; EBNER, B.: Tragverhalten von historischem Mauerwerk aus natürlichen Steinen. DFG – Abschlußbericht, Institut für Tragkonstruktionen und wirtschaftliche Fertigung, TU Berlin, 1992

[53] PURTAK, F.: Gutachterliche Stellungnahme. Brücke über die Mandau/ Zittau, Realitätsnahe Materialkennwerte der tragenden Sandsteinkonstruktion. Unveröffentlichtes Manuskript. Dresden, 2000

[54] GRUNERT, S.: Der Sandstein der Sächsischen Schweiz als Naturressource, seine Eigenschaften, seine Gewinnung und Verwendung in Vergangenheit und Gegenwart. Dissertation B, TU Dresden 1983

[55] ...: DIN 52105: Prüfung von Natursteinen; Druckversuch. Beuth Verlag, Berlin, 1988

[56] SCHICKERT, G.: Formfaktoren der Betondruckfestigkeit. In: Bautechnik 2 (1981), S.52-57

[57] ...: ANSYS Benutzerhandbuch Revision 5.0. Deutsche Übersetzung des ANSYS User's Manual Volume I Procedures, Swanson Analysis System, Houston,1992

[58] ...:DIN 52112: Prüfung von Natursteinen; Biegefestigkeit. Beuth Verlag, Berlin, 1988

[59] JÄGER, W.; POHLE, F: Durchführung und Auswertung von ergänzenden Mauerwerksversuchen, (Druck-, Druck – Schub und Druck – Zug – Tragverhalten einschließlich Materialgrundprüfungen). Erarbeitet im Auftrage der Stiftung Frauenkirche Dresden. Unveröffentlichtes Manuskript, TU Dresden, Lehrstuhl Tragwerksplanung, 2000

[60] ROSETZ, G.P.: Gesteinsmechanische Untersuchungen am Postaer Sandstein. Unveröffentlichter Forschungsbericht, TU Bergakademie Freiberg 1996

[61] KHOO, C.L.; HENDRY, A.W.: Triaxial Compression of Brickwork Mortar. The British Ceramic Research Association, Technical Note, No. 172, 1971

[62] OPITZ, H.: Einbeziehung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens von Beton bei mehrachsigen Beanspruchungen in die Vorschriften des Stahlbeton- und Spannbetonbaues. In: Abschlußbericht zum Forschungsantrag V332 des Instituts für Tragwerke und Baustoffe der TU Dresden 1992

[63] RUSTMEIER, H.G.: Untersuchungen über Einflüsse auf die Drucktragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk. Dissertation, Fachbereich Architektur, TH Darmstadt 1982

[64] LOURENCO, P.B.: Computational Strategies for Masonry Structures. Dissertation, Technische Universiteit Delft 1996

[65] GHOSH, A.K.; AMDE, A.M.; COLVILLE, J.: Finite Element Modeling of Unreinforced Masonry. In: Proceedings of the 10th International Brick and Block Masonry Conference (Vol. 1), Calgary, Canada 1994, S.61-69

[66] ZIENKIEWICZ, O. C.: Methode der finiten Elemente. Leipzig, VEB Fachbuchverlag, 1974

[67] PÖSCHEL, G.; SABHA, A.; PURTAK, F.; POPP, T.: Tragfähigkeit des Natursteinmauerwerks aus Elbsandstein unter ausmittiger Belastung. Unveröffentlichter Versuchsbericht, Lehrstuhl für Tragwerksplanung, TU Dresden 1995

[68] JÄGER, W.; PFLÜCKE, T.; BAIER, G.; SAUER, R.: Knicksicherheit von Mauerwerk nach EC 6, Untersuchungen zur Knicksicherheit von Mauerwerksbauteilen mit Berücksichtigung großer Exzentrizitäten und nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach ENV 1996-1-1. Zwischenbericht, TU Dresden, Lehrstuhl Tragwerksplanung, Dresden 2000

[69] SABHA, A.; WEIGERT, A.: Einfluß der Steinhöhe auf das Tragverhalten einschaligen Mauerwerks. In: Jahrbuch 1995 Sonderforschungsbereich 315

[70] KIRTSCHIG, K.; KASTEN, D.: Auswertung von Versuchsergebnissen zur Festlegung von Mauerwerksfestigkeitsklassen bei Ingenieurmauerwerk, Heft 43 der Mitteilungen aus dem Institut für Baustoffkunde und Materialprüfung, Universität Hannover 1979

[71] SCHÖNER, W.: Zur Biegetragfähigkeit von Mauerwerk unter Berücksichtigung axialer Auflasten, TU Hannover 1978

[72] GREMMEL, M.: Zur Ermittlung der Tragfähigkeit schlanker Mauerwerkswände an Bauteilen in wirklicher Größe. Dissertation, TU Braunschweig 1978

[73] KLOTZ, P. M.: Modelluntersuchungen zum Stabilitätsverhalten gemauerter Wände mit unterschiedlichen Randbedingungen. Bonn : Deutsche Gesellschaft für Mauerwerksbau e.V., 1991. In: Proceedings of the 9th International Brick/Block Masonry Conference, Berlin 1991, S.210-215

[74] HIRSCH, R.: Zur Tragfähigkeit gemauerter Wände mit Rechteck- und T-förmigem Querschnitt. Technische Universität Hannover, Dissertation 1995

[75] STIGLAT, K.: Zur Tragfähigkeit von Mauerwerk aus Sandstein. Sonderdruck aus Bautechnik 61 (1984); H.2, S.51-59; H.3, S.94-100

[76] STEUP, H.: Stabilitätstheorie im Bauwesen. Akademie – Verlag, Berlin 1990

[77] BACKES, W.: Traglastprobleme im Mauerwerksbau, In: Bautechnik 71 (1994), S.325-337

[78] QUAST, U.: Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten Stahlbetonstütze mit Rechteckquerschnitt. Dissertation, TU Braunschweig 1970

[79] JÄGER, W.; BERGANDER, H.: Comparison of Buckling Safety of Masonry Walls according to EC 6 and German Standarts, In Proceedings of the 5th International Masonry Conference, British Masonry Society, London 1998

[80] SCHLEGEL, R.; RAUTENSTRAUCH, K.: Ein elastoplastisches Berechnungsmodell zur räumlichen Untersuchung von Mauerwerksstrukturen. In: Bautechnik 77 (2000), S.426-436

[81] ANGERVO, K.: Über die Knickung und Tragfähigkeit eines gedrückten Pfeilers ohne Zugfestigkeit. The State Institute for Technical Research, Julkaisu 26 Publikation, Helsinki 1954

[82] ANGERVO, K.: Erweiterung der Theorie der Biegung eines Pfeilers ohne Zugfestigkeit. The State Institute for Technical Research, Julkaisu 34 Publikation, Helsinki 1961

[83] PUTKONEN, A.I.: Berechnung von Rahmentragwerken mit unbewehrten Stielen. The State Institute for Technical Research, Julkaisu 34 Publikation, Helsinki 1961

[84] FÜHRER, W.: Die Stabilität von Wänden aus Mauerwerk. Dissertation, TH Aachen 1971

[85] MANN, W.: Nachweis der Knicksicherheit von Wänden, In: Mauerwerk-Kalender 1992, Ernst & Sohn, Berlin, S.24-36

[86] KUKULSKI, W.; LUGES, J.: Résistance des murs en béton non armé soumis a des charges verticales, Cahiers du C.S.T.B., n° 79, Paris 1966

[87] PURTAK, F.: Tragfähigkeit von historischem Mauerwerk aus Elbsandstein unter Normalkraft und einachsiger Biegung. In: Das Mauerwerk 3 (1999), S.117-122

[88] BERGANDER, H.: schriftliche Auskunft Prof. Dr.-Ing. Helge Bergander am 25.05.2000

[89] WARNECKE, P.: Tragverhalten und Konsolidierung an historischem Natursteinmauerwerk. Dissertation, TU Braunschweig 1995

[90] KIRTSCHIG, K.; FELDHAUS, P.; GALLENKEMPER, B.; SCHÖNER, W.: Aufbereitung eines Traglastverfahrens für den Mauerwerksbau. Mitteilungen des Instituts für Baustoffkunde, TU Hannover 1975

[91] HALLER, P.: Load Capacity of Brick Masonry. Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products, The International Conference of Engineering, The University of Texas at Austin, Gulf Publishing Company Houston, Texas 1969

[92] BASTGEN, K.-J.: Traglastnachweis für Mauerwerk nach der Theorie II. Ordnung mit Hilfe einer nichtlinearen Moment – Krümmungs – Beziehung, In: Bautechnik 10 (1978), S.340-344

[93] KIRTSCHIG, K.; ANSTÖTZ, W.: Knickuntersuchungen an Mauerwerksproben. In: Proceedings of the 9th International Brick/Block Masonry Conference, Berlin, Germany 1991, S.202-209

[94] SCHREYER, C.: Praktische Baustatik. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1960

[95] PIEPER, K.: Sicherung historischer Bauten. Ernst & Sohn, 1983

[96] ...: DIN 1072: Straßen und Wegebrücken – Lastannahmen. DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Dezember 1985

[97] ZIMMERMANN, T.: Statische Untersuchung über das Tragverhalten einer zweifeldrigen Straßenbrücke aus Sandsteingewölben. Diplomarbeit, Hochschule für Technik und Wirtschschaft Zittau/ Görlitz (FH) 2000

[98] MANN, W.: Überlegungen zur Sicherheit im Mauerwerksbau. In: Mauerwerk-Kalender 1987, Ernst & Sohn, Berlin, S.1-5

[99] JÄGER, W.; POHLE, F.: Einsatz von hochfestem Natursteinmauerwerk beim Wiederaufbau der Frauenkirche in Dresden. In: Mauerwerk-Kalender 1999, Ernst & Sohn, Berlin, S.729-755

[100] BUSCH, P.: Probabilistische Analyse und Bewertung der Tragfähigkeit historischer Steinbogenbrücken – Ein Beitrag zur Angewandten Zuverlässigkeitstheorie. Dissertation, TU Dresden 1998

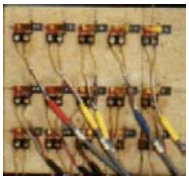
[101] BARTEL, R.: Tragverhalten gemauerter Kreuzgewölbe. Dissertation, Universität Karlsruhe 1991

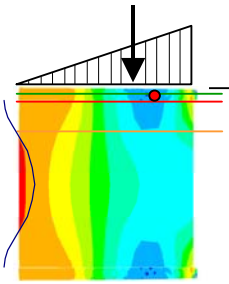
[102] SEIM, W.: Numerische Modellierung des anisotropen Versagens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben. Universität Karlsruhe, Dissertation, 1994

[103] HAUER, M.: Untersuchung der räumlichen Windlastabtragung durch gemauerte Kreuzgewölbe im Langhaus von Basiliken. Universität Karlsruhe, Dissertation, 1996

[104] SCHUBERT, P.; BOHNE, D.: Teil 1 – Theoretische und praktische Untersuchungen zur rechnerischen Bestimmung der Druckfestigkeit von Mauerwerk.
BERNDT, E.: Teil 2 - Baumechanische Analyse und Auswertung der Versuche und Begründung der wesentlichen Ergebnisse.
Forschungsbericht F 628, Institut für Bauforschung Aachen, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, 2000

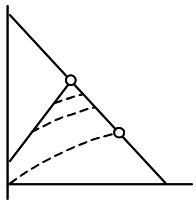
[105] ...: Heimat und Welt – Weltatlas. Westermann Schulbuchverlag GmbH, Braunschweig 1991



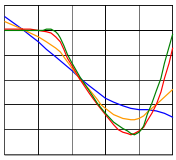


Versagensarten

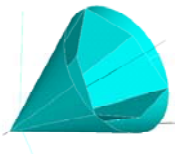
Steinversagen
Gelenkbildung

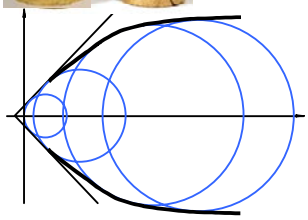


Modell nach



Hilsdorf
Francis/ Horman/ Jerrems
Khoo/ Hendry
Schnackers
Probst
Schulenberg
Mann
Atkinson/ Noland/ Abrams
Ohler
Berndt
Sabha
Babylon
Ebner





3.3.1.1 Bruch- und Fließmodell für körnige Materialien

Bruchmodell nach Mohr-Coulomb
Bruchmodell nach Drucker-Prager

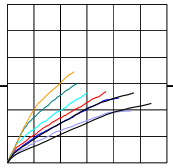
3.3.1.2 Bruchbedingung für Sandstein
3.3.1.3 Fließbedingung für Mörtel

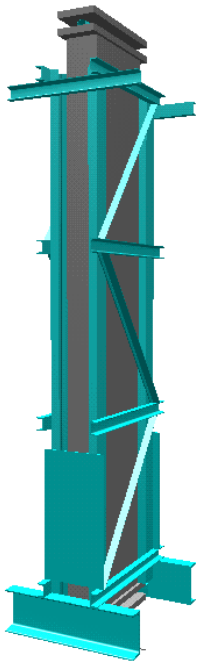
3.3.2.1 System und Lasteinleitung
3.3.2.2 Zentrische und Exzentrische Belastung

3.4.1.1 Traglast in Abhängigkeit von der Mörtelfestigkeit

Einfluß der Dilatation auf die Bruchlast

3.4.1.2 Traglast in Abhängigkeit von der Steinfestigkeit
3.4.1.3 Traglast in Abhängigkeit von der Fugendicke





Angervo/ Putkonen
Führer
Mann
Kukulski, Luges
Bruchbewertung mit rechteckförmiger Spannungsverteilung
für die Differentialgleichung nach Mann

Kirtschig (Haller)
Bastgen
Backes